

گام به گام فصل هشت ریاضی هشتم

نکته

< ← یعنی شامل خود عدد نمی شود
≤ ← شامل خود عدد می شود

$$\text{دامنه تغییرات} = \frac{\text{طول هر دسته}}{\text{تعداد دسته‌ها}}$$

$130 \leq x < 145$ داده‌های کم بزرگ تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک تر از ۱۴۵ است

$$\text{دامنه تغییرات} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow 130 \leq x < 145$$

مولف: math-home.ir



در زیر، داده‌های جمع آوری شده درباره اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک شهر کوچک برحسب سانتی متر مشخص شده است. ($n=40$)

- ۱۶۲ ۱۶۸ ۱۷۲ ۱۸۵ ۱۵۲ ۱۷۲ ۱۷۸ ۱۹۲ ۱۵۰ ۱۷۵ ۱۶۷ ۱۸۴ ۱۷۷ ۱۸۱
- ۱۵۱ ۱۶۲ ۱۶۷ ۱۷۲ ۱۴۲ ۱۶۳ ۱۳۸ ۱۶۵ ۱۳۷ ۱۷۱ ۱۴۳ ۱۶۸ ۱۷۰
- ۱۶۵ ۱۸۳ ۱۵۷ ۱۷۹ ۱۷۶ ۱۵۱ ۱۷۰ ۱۵۸ ۱۷۲ ۱۱۰ ۱۴۳

$$D = \text{Max} - \text{Min}$$

۲۰۵
MAX

۱۳۰
Min

۲۰۵
۱۳۰
کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید.

دامنه تغییرات

← به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می گویند. دامنه تغییرات داده‌ها را پیدا کنید.

در یک تولیدی شلوار مردانه می خواهیم با توجه به داده‌های جمع آوری شده بالا اندازه‌های مختلف را طراحی کنیم. برای این کار، داده‌ها را دسته‌بندی می کنیم. هر دسته یک معنای مشخصی دارد. برای مثال، افراد مختلف را می توانیم به صورت زیر تقسیم بندی کنیم:

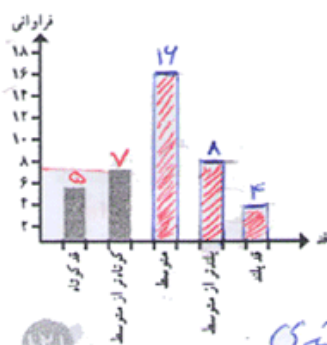
قد بلند، بلندتر از متوسط، متوسط، کوتاه تر از متوسط و قد کوتاه

به این ترتیب، داده‌های ما به ۵ دسته تقسیم می شوند. می توانیم فاصله این دسته‌ها را مساوی در نظر بگیریم. به همین دلیل، برای رسیدن به حدود دسته‌ها دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می کنیم تا طول دسته‌ها به طور تقریبی معلوم شود. به این ترتیب، می توانیم محدوده دسته‌ها را مشخص کنیم و در یک جدول بنویسیم.

در جدول زیر معنای $130 \leq x < 145$ را توضیح دهید. \leq و $<$ چه تفاوتی دارند؟

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را، که به آن فراوانی می گویند، تعیین کنید.

بالا
فراوانی



حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$130 \leq x < 145$	#####	۵
$145 \leq x < 160$	#####	۷
$160 \leq x < 175$	#####	۱۴
$175 \leq x < 190$	#####	۱۰
$190 \leq x \leq 205$	####	۴

آخرین داده باید در دسته‌ی

آخری باشد

جواب ۲: مردم این روستا دارای قد طبیعی و نرمال هستند

جواب ۳: با توجه به اینکه مقدار متغیر هاست (نمودار ستونی) متوسط قد مردان این روستا در دسته‌ی وسط (دسته‌ی سوم) قرار دارد

مؤلف: math-home.ir دستوری موزم

۱- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟ $140 \leq x < 175$

۲- با توجه به نمودار ستونی متوجه چه چیزی می‌شوید؟ بیشترین فراوانی در دسته‌ی سوم و کمترین فراوانی در دسته‌ی دوم است

۳- فکر می‌کنید میانگین قد مردان این شهر در کدام دسته قرار می‌گیرد؟ در دسته‌ی سوم $140 \leq x < 175$

۴- به نظر شما این آمار و اطلاعات و نمودار چه کاربردهای دیگری دارند؟

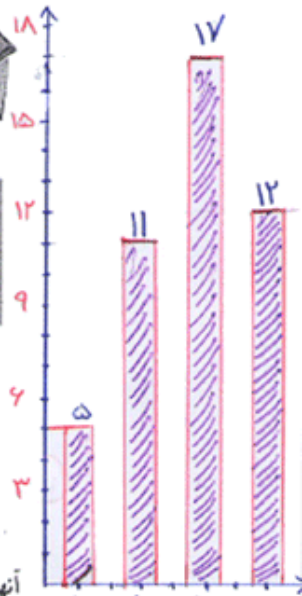
استعداد یابان برای تیم‌های ورزشی، این شهر می‌تواند تیم والیبال و بسکتبال فزین داشته باشد - بهتر است فرودگاه‌های این شهر و لباس‌های سایز بزرگ تهیه کنند

کاردر کلاس

۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است.

+2	+2	+2	+5	16	-	-1	-2	-	-3	-7	-2	-1	-	-
-1	-3	-6	-7	-8	+8	+7	+8	+7	+6	+3	+1	+2	+3	+2
+2	+2	-2	-2	-1	-	-5	-3	-	-	+1	+1	+2	+6	+7

بالا



جدول فراوانی داده‌ها را بر اساس سؤال‌های زیر مشخص کرده و نموداری ستونی رسم کنید.

● دامنه تغییرات چقدر است؟ **دامنه تغییرات** $8 - (-8) = 14$

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم؛ طول هر دسته چقدر است؟ **طول هر دسته** $14 \div 4 = 4$

دسته‌ی اول: $-8 \leq x < -4$

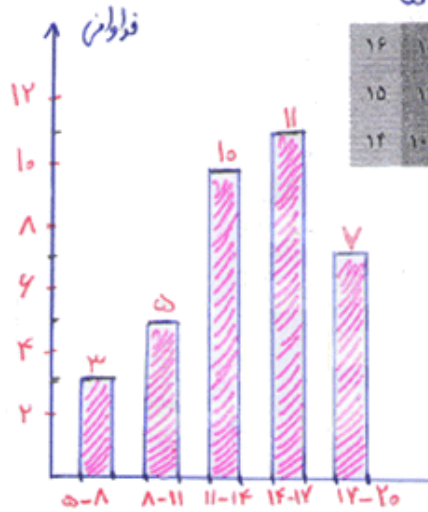
دسته‌ی دوم: $-4 \leq x < 0$

دسته‌ی سوم: $0 \leq x < 4$

دسته‌ی چهارم: $4 \leq x \leq 8$

۲- نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات، آنها را به ۵ دسته مساوی دسته‌بندی کنید. پس از رسم جدول، نمودار ستونی را رسم کنید و با توجه به نمودار، وضعیت این کلاس را توصیف کنید. **طول هر دسته** $\frac{15}{5} = 3$

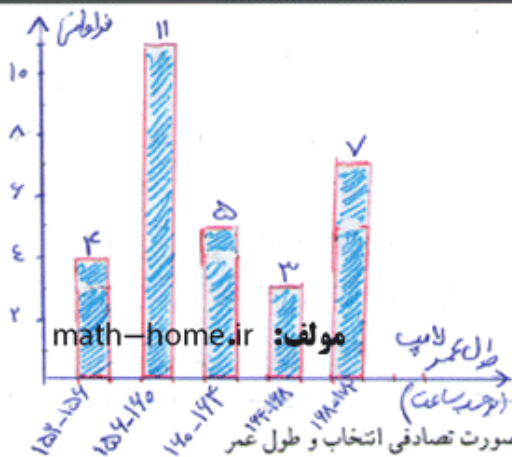
داده‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات، آنها را به ۵ دسته مساوی دسته‌بندی کنید. پس از رسم جدول، نمودار ستونی را رسم کنید و با توجه به نمودار، وضعیت این کلاس را توصیف کنید. **طول هر دسته** $\frac{15}{5} = 3$



14	18	15	10	12/5	12	12	12/5	14	11	13	1	8
10	12	14	18/5	17	10/5	16/5	11	8/5	7	5	12	10
14	10/5	11/5	10	18	17	14	6	12/5	2			

دوره‌ی نمره‌ها	خاستگان	فراوانی
$5 \leq x < 8$	///	3
$8 \leq x < 11$	////	5
$11 \leq x < 14$	//// //	10
$14 \leq x < 17$	//// // /	11
$17 \leq x \leq 20$	//// //	7

با توجه به نمودار وضعیت این کلاس متوسط است چون ۱۸ نمره‌ها کم‌تر از ۱۴ گرفته‌اند



دوره دسته‌ها	خط نشان	فراوانی
$152 \leq x < 154$	////	4
$154 \leq x < 156$	//// // /	11
$156 \leq x < 158$	////	5
$158 \leq x < 160$	///	3
$160 \leq x \leq 162$	//// //	7

math-home.ir مولف:

طول هر دسته



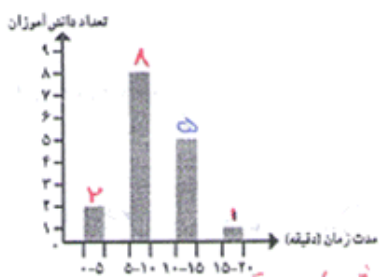
۱- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه‌گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

دامنه تغییرات = $172 - 152 = 20$

طول هر دسته = $20 \div 5 = 4$

156	159	165	162	161	157	152	157	168	172	162	158	157	161	171
162	168	167	159	152	152	158	157	161	170	152	169	158	165	156

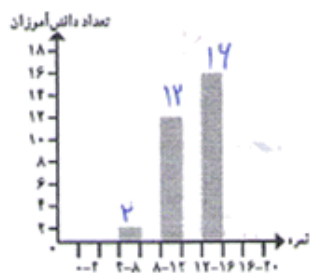
Max
Min



۲- از دانش‌آموزان یک کلاس درباره مدت زمانی که طول می‌کشد تا آنها از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی این داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز فاصله خانه تا مدرسه را در بیشتر از ۱۰ دقیقه طی می‌کنند؟ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

نفر $2 + 8 + 5 + 1 = 16$ بیش از ده دقیقه

نفر $2 + 8 + 5 + 1 = 16$ تعداد کل دانش‌آموزان



۳- در اینجا نمودار نمره‌های دانش‌آموزان یک کلاس را می‌بینید.

۱- این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ 30 نفر

۲- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟

۳- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟

بازاریابی سنج است

اجازه دهیم دانش‌آموزان نظر دهند. بستگی به فرآیندها $4 = \frac{20 - 0}{5} = \frac{20}{5}$ طول هر دسته می‌تواند مناسب و یا غیر مناسب باشد

۱۳۳

این کلاس دانش‌آموزان خیلی قوی ندارد، دانش‌آموزان خیلی ضعیف هم کم می‌باشد

۲- بله، زیرا تمام حالت‌ها برای این کلاس در نظر گرفته‌ام. خیر، زیرا برخی از دسته‌ها خالی است

۳- بله، زیرا این کلاس دانش‌آموز خیلی ضعیف ندارد (بسیار است) خیر، زیرا دانش‌آموز قوی ندارد

نکته ۱: مجموع اختلاف نمره‌های بالاتر از میانگین با میانگین و نمرات پایین‌تر از میانگین با

میانگین، برابر است

$$S_1 = x_1 \cdot n, \quad S_2 = \bar{x}_2 \cdot n, \quad \bar{x} = \frac{S_1 + S_2}{2n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 \cdot n + \bar{x}_2 \cdot n}{2n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$$

نکته ۲: اگر تعداد داده‌ها برابر باشد می‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم

مؤلف: math-home.ir

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی می‌شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید، می‌توان از میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. شما در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شده‌اید. میانگین تعدادی داده عددی، از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می‌آید.

برای تحلیل و تفسیر داده‌های توان از رمانتی

تفسیرات و میانگین در کنار هم استفاده کنیم



۱- نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمره‌های

او را حساب کنید.

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{19+17+15+18+17}{5} = \frac{86}{5} = 17.2$$

مجموع داده‌ها / میانگین = تعداد داده‌ها

۲- نمره‌های یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

$$16 + 15/5 + 16 + 15 + 17 + 19 + 18/5 + 14 + 16/5 + 17/5 = 125 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{125}{10} = 12.5$$

میانگین نمره‌های او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار

می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ ۴ نمره بالاتر و ۵ نمره پایین‌تر خیر

اختلاف نمره‌های بالای میانگین را با میانگین حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به

همین ترتیب، مجموع اختلاف نمره‌های پایین‌تر از میانگین با میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با

هم مقایسه کنید. بالای میانگین ۶ = ۱ + ۲ + ۲ + ۱ = ۶ پایین میانگین ۶ = ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱ + ۱

۳- میانگین نمره‌های ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمره‌های دو درس دیگر او، که ۱۷ و ۱۵ است، به این میانگین اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید: ۱۱۵/۵ = مجموع نمرات ۷ درس

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرد (۱۶ می‌شود) بر مبنای میانگین ۱۶/۵ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟ خیر، برای اینکه مساوی نیست $16 + 17 \neq 16 \cdot 2$

۴- میانگین نمره‌های زیر را به دست آورید. بین این عددها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ فاصله

هر عدد تا میانگین چقدر است؟

$$\begin{array}{cccccccc} 2 & 1 & 1 & 0 & & & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 11 & 12 & 12 & 12 & 13 & 13 & 13 & 14 & 14 & 15 \end{array}$$

$$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$$

بین اعداد و میانگین تفاوت وجود دارد

نکته: اگر داده‌ها را مرتب کنیم (در صورتی که تعداد داده‌ها فرد باشد) و مجموع اختلاف اعداد سمت چپ با اعداد سمت راست برابر باشد، آن داده دانه

برای میانگین اول و وسط

بد فرضی

میانگین واقعی

۱۳۰

مركز دسته × فراوانی	مركز دسته‌ها	فراوانی	حدود دسته‌ها
$5 \times (-6) = -30$	$\frac{-8 + (-6)}{2} = -7$	5	$-8 \leq x < -6$
-22	-2	11	$-6 \leq x < 0$
$+33$	+2	17	$0 \leq x < 4$
$+72$	+4	18	$4 \leq x \leq 8$
54		جمع	

$$\text{میانگین واقعی} = \frac{+35}{45} = +0,78$$

$$\text{میانگین تقریبی} = \frac{+54}{45} = +1,2$$

جواب سوال 1

کار در کلاس

با توجه به فعالیت صفحه قبل، با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.
مؤلف: math-home.ir

مركز دسته × فراوانی	مركز دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
$487,5$	$137,5$	5	$120 \leq x < 125$
$1097,5$	$152,5$	7	$125 \leq x < 130$
2610	$147,5$	18	$130 \leq x < 135$
1490	185	8	$135 \leq x < 140$
790	$197,5$	4	$140 \leq x < 145$
4485		جمع	

$$\text{میانگین} = \frac{4485}{30} = 149,5$$

مركز دسته × فراوانی	مركز دسته	فراوانی	حدود دسته‌ها
$487,5$	$137,5$	5	$120 \leq x < 125$
$1097,5$	$152,5$	7	$125 \leq x < 130$
2610	$147,5$	18	$130 \leq x < 135$
1490	185	8	$135 \leq x < 140$
790	$197,5$	4	$140 \leq x < 145$
4485		جمع	

- میانگین دمای هوا مربوط به کار در کلاس صفحه 122 و میانگین ساعت‌های عمر لامپ مربوط به تمرین 1 صفحه 123 را به دست آورید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

مركز × فراوانی	مركز دسته	فراوانی	خط نشان
12	2	6	### /
24	4	4	////
80	10	8	### ///
238	14	17	### ### ### //
142	18	9	### ////
514		جمع	

$$\text{میانگین} = \frac{514}{44} \approx 11,68$$

$$\begin{aligned} \text{میانگین واقعی} &= \frac{514}{44} = 11,68 \\ \text{میانگین تقریبی} &= \frac{480}{40} \approx 12 \end{aligned}$$

نکته: داده‌هایی که فاصله زیادی تا میانگین دارند تاثیر زیادی روی میانگین دارند برای مثال 35 فاصله زیادی تا 17,25 دارد و اگر آن را حذف کنیم میانگین به صورت محسوسی اضافه می‌شود

3- میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس 30 نفره 17,25 شده است. یکی از دانش‌آموزان در این امتحان نمره 3/5 گرفته است؛ در حالی که بقیه آنها نمره بالای 15 گرفته‌اند. الف) اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$$\begin{aligned} \text{مجموع نمرات کلاس} &= 30 \times 17,25 = 517,5 \\ \text{مجموع نمرات 29 نفر} &= 517,5 - 3,5 = 514 \\ \text{معدل جدید برای 29 نفر} &= 514 \div 29 = 17,72 \end{aligned}$$

نتیجه: نمرات بالا در پایین تاثیر زیادی روی میانگین دارند

ب) حالا فرض کنید همه دانش‌آموزان کلاس نمره کمتر از 14 گرفته‌اند؛ به جز یک نفر که 20 گرفته است. معدل این کلاس 30 نفره 10/25 شده است. اگر دانش‌آموزی را که نمره 20 گرفته است کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟

$$\text{معدل جدید برای 29 نفر} = \frac{30 \times 10,25 - 20}{29} = \frac{307,5 - 20}{29} \approx 9,91$$

احتمال زوج بودن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ ⇒ اعداد زوج: ۲, ۴, ۶

احتمال فرد آمدن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ ⇒ اعداد فرد: ۱, ۳, ۵

احتمال اول آمدن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ ⇒ اعداد اول: ۲, ۳, ۵

احتمال غیر اول آمدن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ ⇒ اعداد غیر اول: ۱, ۴, ۶

احتمال یا انداز دگیری شناسی **ابدا درید حله انبار و احتمال مهمه** مولف: math-home.ir

فعالیت اعداد اول: ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹, ۹۷



امید
چون تعداد اعداد مرکب بیشتر است

۱- ده کارت هم اندازه و هم شکل داریم و روی آنها عددهای ۱۱ تا ۲۰ را نوشته ایم.
کارت‌ها را به پشت روی میز قرار می‌دهیم و به‌طور تصادفی، یکی از آنها را برمی‌داریم.
احتمال اینکه روی این کارت عددی اول باشد بیشتر است یا احتمال اینکه عددی مرکب باشد؟
چرا؟



وقتی یک سکه را می‌اندازیم، قبل از آنکه به زمین برسد نمی‌دانیم چه پیش می‌آید؛ یعنی روی سکه می‌آید یا پشت آن! اما می‌دانیم که دو حالت ممکن است پیش آید: روی سکه یا پشت سکه! از آنجا که این دو حالت مشابه‌اند، پس امکان اینکه روی سکه یا پشت آن بیاید، برابر است و چون در یک حالت از این دو حالت ممکن، روی سکه می‌آید، پس احتمال اینکه روی آن بیاید $\frac{۱}{۲}$ است. به همین ترتیب، احتمال اینکه پشت سکه هم بیاید، $\frac{۱}{۲}$ است.

۲- در هر یک از موارد زیر، حالت‌های هم‌شانسی را بنویسید.
الف) عقربه چرخنده را می‌چرخانیم.
ب) تاسی را می‌اندازیم. هر کدام از اعداد ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ هر کدام $\frac{۱}{۶}$



ب) احتمال زوج آمدن و فرد آمدن هر کدام $\frac{۱}{۲}$ است
احتمال اول آمدن و غیر اول آمدن هر کدام $\frac{۱}{۲}$ است

۳- معلم از دانش‌آموزان پرسید: «یک مهره را به‌طور تصادفی از کیسه‌ای که در آن سه مهره سبز و یک مهره سفید است، بیرون می‌آوریم. چند حالت هم‌شانسی می‌تواند رخ دهد؟»



احتمال اینکه مهره سبز خارج شود بیشتر تر از رنگ سفید است
بلافاصله شایان پاسخ داد: «دو حالت: سبز، سفید»
سپس علی برای آنکه بتواند پاسخ سؤال را بدهد، مهره‌های سبز را شماره‌گذاری کرد و پاسخ داد: «چهار حالت: سبز ۱، سبز ۲، سبز ۳، سفید»
به نظر شما پاسخ کدام یک درست است؟ چرا؟

احتمال رفت سبز = $\frac{۳}{۴}$
احتمال رفت سفید = $\frac{۱}{۴}$

جواب علی درست است. حالت سبز و سفید هم شانسی نیست ولی اگر مهره‌ها را شماره‌گذاری کنیم احتمال اینکه هر کدام خارج شود برابر است.

احتمال هر کدام = $\frac{۱}{۴}$

۴- در آزمایش مربوط به فعالیت ۱ با توجه به اینکه ۱۰ کارت داریم پس بیرون آمدن هر یک از عددهای روی کارت‌ها هم شانسی هستند حالا به سؤال‌ها پاسخ دهید:
الف) در چند تا از آنها عدد روی کارت، اول است؟ **۴ تا**
ب) در چند تا از آنها عدد روی کارت، مرکب است؟ **۶ تا**
ج) احتمال هر یک از اتفاق‌ها (پیشامد)های زیر را پیدا کنید:
 $\frac{۴}{۱۰}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، اول باشد. $\frac{۶}{۱۰}$ = احتمال آنکه عدد روی کارت، مرکب باشد.

احتمال زوج بودن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ \Rightarrow اعداد زوج: ۲, ۴, ۶
 احتمال فرد آمدن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ \Rightarrow اعداد فرد: ۱, ۳, ۵
 احتمال اول آمدن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ \Rightarrow اعداد اول: ۲, ۳, ۵
 احتمال غیر اول آمدن = $\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$ \Rightarrow اعداد غیر اول: ۱, ۴, ۶

احتمال یا اندازه دگیری شناس **ابدا در جدول امار و احتمال مهمه** مولف: math-home.ir

فعالیت اعداد اول: ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳, ۴۷, ۵۳, ۵۹, ۶۱, ۶۷, ۷۱, ۷۳, ۷۹, ۸۳, ۸۹, ۹۷

امید
چون تعداد اعداد مرکب بیشتر است

۱- ده کارت هم اندازه و هم شکل داریم و روی آنها عددهای ۱۱ تا ۲۰ را نوشته ایم.
 کارت‌ها را به پشت روی میز قرار می‌دهیم و به‌طور تصادفی، یکی از آنها را برمی‌داریم.
 احتمال اینکه روی این کارت عددی اول باشد بیشتر است یا احتمال اینکه عددی مرکب باشد؟
 چرا؟ $\frac{۴}{۱۰} =$ احتمال اول بودن $>$ $\frac{۶}{۱۰} =$ احتمال مرکب بودن



احتمال رو آمدن = $\frac{۱}{۲}$
 احتمال پشت آمدن = $\frac{۱}{۲}$



سکه هم بیاید، $\frac{۱}{۲}$ است. \Rightarrow احتمال هر یک از رنگ‌های آبی، قرمز، زرد و سبز در هر یک از موارد زیر، حالت‌های هم‌شانس را بنویسید.
 الف) عقربه چرخنده را می‌چرخانیم.
 ب) تاسی را می‌اندازیم. هر کدام از اعداد ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ هر کدام $\frac{۱}{۶}$

۳- معلم از دانش‌آموزان پرسید: «یک مهره را به‌طور تصادفی از کیسه‌ای که در آن سه مهره سبز و یک مهره سفید است، بیرون می‌آوریم. چند حالت هم‌شانس می‌تواند رخ دهد؟»



احتمال رفت سبز = $\frac{۳}{۴}$
 احتمال رفت سفید = $\frac{۱}{۴}$

احتمال اینکه مهره سبز خارج شود بیشتر تر از رفت سفید است.
 بلافاصله شایان پاسخ داد: «دو حالت: سبز، سفید»
 سپس علی برای آنکه بتواند پاسخ سؤال را بدهد، مهره‌های سبز را شماره‌گذاری کرد و پاسخ داد:
 «چهار حالت: سبز ۱، سبز ۲، سبز ۳، سفید»
 به نظر شما پاسخ کدام یک درست است؟ چرا؟

جواب علی درست است. حالت سبز و سفید هم شانسی نیست ولی اگر مهره‌ها را شماره‌گذاری کنیم احتمال اینکه هر کدام خارج شود برابر است. احتمال هر کدام = $\frac{۱}{۴}$

۴- در آزمایش مربوط به فعالیت ۱ با توجه به اینکه ۱۰ کارت داریم پس بیرون آمدن هر یک از عددهای روی کارت‌ها هم‌شانس هستند حالا به سؤال‌ها پاسخ دهید:
 الف) در چند تا از آنها عدد روی کارت، اول است؟ **۴ تا**
 ب) در چند تا از آنها عدد روی کارت، مرکب است؟ **۶ تا**
 ج) احتمال هر یک از اتفاق‌ها (پیشامد)های زیر را پیدا کنید:
 $\frac{۴}{۱۰} =$ احتمال آنکه عدد روی کارت، اول باشد. $\frac{۶}{۱۰} =$ احتمال آنکه عدد روی کارت، مرکب باشد.





تمرین

۱- عقربه شکل چرخنده روبه‌رو را ۲۰۰ بار می‌چرخانیم. عبارات‌های درست را با \checkmark و عبارات‌های نادرست را با \times مشخص کنید.



مؤلف: math-home.ir

الف) عقربه ۱۰۰ بار روی زرد می‌ایستد. \times نادرست

ب) انتظار داریم عقربه تقریباً ۱۰۰ بار روی آبی بایستد. \checkmark درست

ج) انتظار داریم تعداد دفعاتی که عقربه روی هر یک از این سه رنگ می‌ایستد، دقیقاً برابر باشند. \times نادرست

۲- ناسی را می‌اندازیم؛ احتمال هر یک از بیشامدهای زیر را حساب کنید.

الف) مضرب ۵ بیاید. $\frac{1}{6}$

ب) شمارنده ۶ بیاید. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

ج) ۷ یا بیشتر بیاید. $\frac{5}{6}$ صفر

۱، ۲، ۳، ۴

۳- سی مهره با شماره‌های ۱ تا ۳۰ را در گردونه‌ای ریخته‌ایم. مهره‌ای را به‌طور تصادفی از گردونه خارج می‌کنیم. احتمال هر یک از حالت‌های زیر را به‌دست آورید:

الف) فرد بودن عدد روی مهره $\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$

ب) مضرب ۵ بودن عدد روی مهره $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}$

۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰

ج) اول بودن عدد روی مهره $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

۲، ۳، ۵، ۷، ۱۱، ۱۳، ۱۷، ۱۹، ۲۳، ۲۹

۴- احتمال هر یک از بیشامدهای زیر را با توجه به چرخنده زیر به‌دست آورید.



الف) عقربه چرخنده روی سبز بایستد. $\frac{3}{8}$

ب) عقربه چرخنده روی آبی بایستد. $\frac{3}{8}$

ج) عقربه چرخنده روی قرمز بایستد. $\frac{2}{8}$

۵- در یک کیسه تعدادی مهره رنگی وجود دارد. می‌خواهیم مهره‌ای را به‌طور تصادفی از آن بیرون بیاوریم. می‌دانیم احتمال سبز بودن مهره $\frac{3}{8}$ است.

الف) احتمال سبز نبودن مهره را حساب کنید. $\frac{5}{8}$ غیر سبز $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

ب) آیا می‌توانید تعداد مهره‌های درون پاکت را پیدا کنید؟ چرا؟ $\frac{5}{8}$ تعداد ۸ است (KEN)

۶- یک سکه در چهار پرتاب پشت سر هم رو آمده است. فکر می‌کنید اگر بار پنجم آن را

پشت اندازیم، چه می‌آید؟ چرا؟ $\frac{1}{2}$ رو یا پشت چون اگر سکه‌ای را پشت اندازیم

احتمال رو آمدن و پشت آمدن هر کدام $\frac{1}{2}$ است

$$S = \{(پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر)\}$$

بررسی حالت های ممکن

	هر دو رو	یکی رو، یکی پشت	
موفق: آزمون	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
در ۸۰ آزمون	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

فعالیت ۵- ۱- سارا، ستاره و محدثه یک بازی طراحی کرده اند. آنها دو سکه را هم زمان می اندازند. اگر هر دو، رو آمد، سارا امتیاز می گیرد و اگر هر دو، پشت آمد، ستاره. اگر هم، یکی رو و یکی پشت آمد، محدثه امتیاز می گیرد.

فکر می کنید این بازی عادلانه است؟ یعنی شانس امتیاز گرفتن بازیکن ها با هم مساوی است؟
۲- دو سکه بردارید و ۲۰ بار آزمون کنید.

نتایج ۲۰ آزمون را با رسم جوب خط در جدول ثبت کنید.

نتایج آزمون خودتان را با نتایج سه هم گروهی نان جمع کنید و با استفاده از نتایج مربوط به ۸۰ آزمون، درستی فکرتان را بررسی کنید.

آیا نتیجه آزمون ها، پاسخ شما به فعالیت ۱ را تأیید می کند؟ بله

۳- در جدول زیر، حالت های ممکن در پرتاب دو سکه نشان داده شده است. با توجه به این جدول، احتمال امتیاز گرفتن هر کدام از بازیکن ها را محاسبه کنید.

سکه دوم	سکه اول		
	رو	پشت	
رو	رو-رو	رو-پشت	
پشت	پشت-رو	پشت-پشت	

$$\text{احتمال اینکه یک سکه رو بیاید و یک سکه پشت} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{احتمال اینکه هر دو سکه رو بیایند} = \frac{1}{4}$$

$$\text{احتمال اینکه هر دو سکه پشت بیایند} = \frac{1}{4}$$

حالا دوباره به سوال فعالیت ۱ پاسخ دهید و برای پاسختان دلیل بیاورید. چون احتمال یک سکه رو و یک سکه پشت

کار در کلاس بیاید بیشتر است و منصفانه نیست

محمد می خواست یک شاخه گل رز برای مادرش و یک شاخه هم برای پدرش بخرد. در گل فروشی تعداد زیادی گل رز به رنگ های سفید، قرمز و صورتی بود.

گل مادر	سفید	قرمز	صورتی
گل پدر	سفید	قرمز	صورتی
	س-س	ق-س	ص-س
	س-ق	ق-ق	ص-ق
	س-ص	ق-ص	ص-ص

او دو شاخه گل را به طور تصادفی و به ترتیب برای مادر و پدرش برداشت.

الف) همه حالت های ممکن را به کمک جدول پیدا کنید.
ب) در چند تا از این حالت ها دست کم یکی از گل ها سفید است؟

هالانت

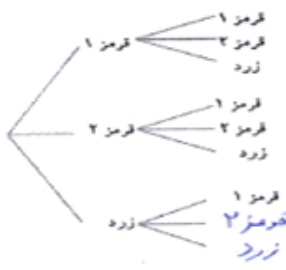


۱- می‌خواهیم عقربه‌های دو چرخنده زیر را بچرخانیم و رنگی را که عقربه‌ها روی آن می‌ایستند، یادداشت کنیم.

الف) با کامل کردن نمودار درختی، همه حالت‌های ممکن را پیدا کنید.

حالت‌های ممکن

- ✓ قرمز ۱ - قرمز ۱
- ✓ قرمز ۲ - قرمز ۱
- زرد - قرمز ۱
- ✓ قرمز ۱ - قرمز ۲
- ✓ قرمز ۲ - قرمز ۲
- زرد - قرمز ۲
- زرد - قرمز ۱
- قرمز ۲ - زرد
- زرد - زرد



کل حالت‌های ممکن $3 \times 3 = 9$

$\frac{4}{9}$

ب) احتمال اینکه هر دو عقربه روی رنگ قرمز بایستند، چقدر است؟
 ۲- سه سکه را هم‌زمان انداختیم. پارسا و عرفان هر کدام با یک روش، همه حالت‌های ممکن را نوشته و تعداد حالت‌ها را یافته‌اند.
 الف) راه حل هر دو را کامل کنید.

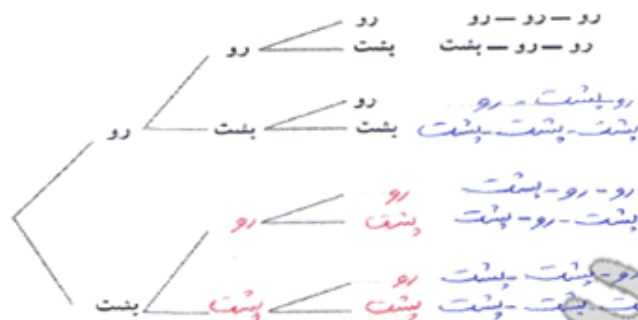
راه حل عرفان



سکه اول	سکه دوم	سکه سوم
رو	رو	رو
رو	رو	پشت
رو	پشت	رو
رو	پشت	پشت

راه حل پارسا

کل حالت‌های ممکن $2 \times 2 \times 2 = 8$



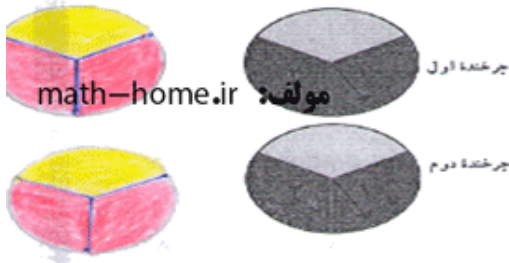
ب) شما کدام راه حل را بیشتر دوست دارید؟ **پارسا** یا **عرفان**؟
 ج) آیا می‌توانید روش دیگری برای یافتن تعداد حالت‌های ممکن پیشنهاد کنید؟ **بله**

$2 \times 2 \times 2 = 8$

د) تعداد حالت‌های ممکن چند تا است؟ **۸**

ه) احتمال اینکه هر سه سکه رو بیاید، چقدر است؟ **$\frac{1}{8}$**

و) احتمال اینکه دقیقاً دو سکه رو و یکی پشت بیاید، چقدر است؟ **$\frac{3}{8}$**





۱- در یک کارخانه دو جرخه سازی دو مدل دو جرخه تولید می شود: دو جرخه جاده و دو جرخه کوهستان. در این کارخانه هر نوع دو جرخه در سه رنگ (زرد، قرمز و آبی) و دو اندازه (۲۴ و ۲۶) تولید می شود.

نوع دو جرخه

رنگ

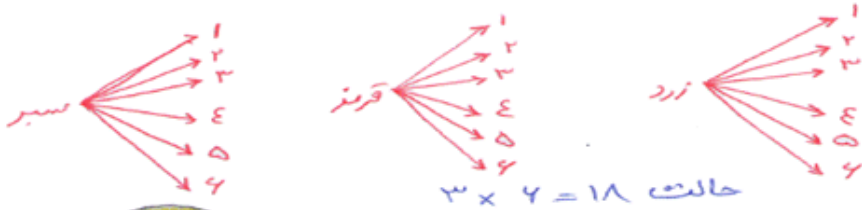
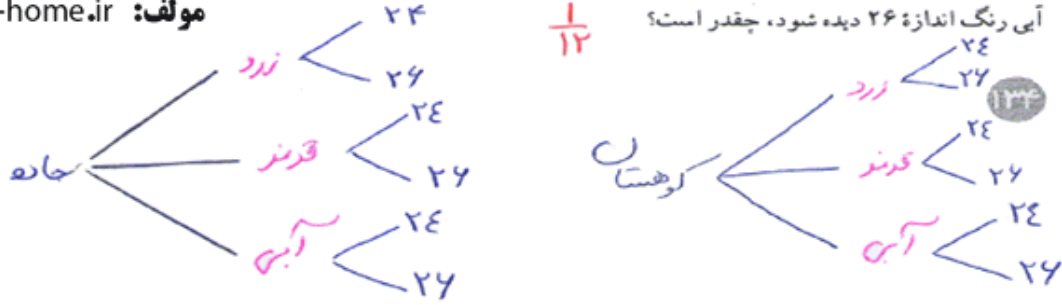
اندازه

$$2 \times 3 \times 2 = 12$$

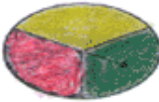
الف) چند نوع دو جرخه مختلف در این کارخانه تولید می شود؟

ب) در نشریه تبلیغاتی این کارخانه، در هر صفحه عکس یکی از این دو جرخه ها آمده است. علی یکی از صفحه ها را به طور تصادفی انتخاب می کند. احتمال اینکه در این صفحه دو جرخه کوهستان آبی رنگ اندازه ۲۶ دیده شود، چقدر است؟

مولف: math-home.ir



$$3 \times 6 = 18 \text{ حالت}$$



۲- عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم و تاسی را می اندازیم. الف) با کامل کردن جدول، همه حالت های ممکن را پیدا کنید.

تاس	۱	۲	۳	۴	۵	۶
چرخنده						
سبز						
قرمز						
زرد						



ب) در چند حالت عقربه روی قرمز ایستاده است و تاس عددی زوج را نشان می دهد؟ **سه حالت** (کمز، ۴، قرمز، ۶) و (کمز، ۲)

۳- قفلی داریم که رمز آن عددی یک رقمی است. (این رقم می تواند ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ یا ۹ باشد.)

الف) احتمال اینکه با یک حدس بتوانیم رمز قفل را پیدا کنیم، چقدر است؟ $\frac{1}{10}$

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{10 \times 10}$$

ب) اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟

۴- دو تاس را می اندازیم:



$$4 \times 4 = 16 \text{ حالت}$$

الف) با رسم جدول مناسب، همه ۱۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

ب) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

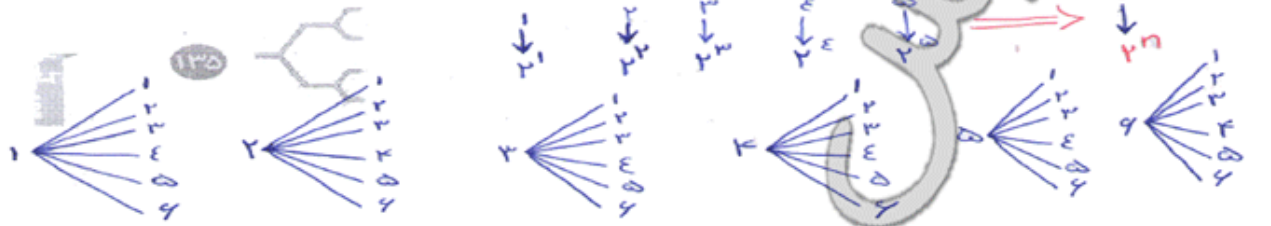
ج) احتمال اینکه هر دو تاس ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{1}{16}$

د) پاسخ قسمت های ب و ج را با هم مقایسه کنید و دلیل تفاوتشان را بنویسید.

در قسمت ب دو حالت و در قسمت ج یک حالت ممکن است اتفاق بیفتد

۵- دو سکه را می اندازیم. احتمال اینکه دست کم یکی از آنها رو بیاید، چقدر است؟ $\frac{3}{4}$

۶- لوله های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دوشاخه می شوند. پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید. $2^5 = 32$



مکته در قسمت ب اگر رقم های اضافه شود (۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹) سه مراتب بدست می آید

کلمه در قسمت ب اگر یک رقم دیگر به رمز اضافه کنیم، این احتمال چه تغییری می کند؟

۲- دو تاس را می اندازیم:

الف) با رسم جدول مناسب، همه ۱۶ حالت ممکن را پیدا کنید.

ب) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۳ و تاس دیگر ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

ج) احتمال اینکه هر دو تاس ۵ بیاید، چقدر است؟ $\frac{1}{16}$

د) پاسخ قسمت های ب و ج را با هم مقایسه کنید و دلیل تفاوتشان را بنویسید.

مؤلف: math-home.ir



تمرین های ترکیبی

۱- با توجه به نمودار مقابل، میانگین داده‌ها را به دست آورید.

$$\bar{x} = \frac{7 + 10 + 8 + 6}{4} = \frac{31}{4} = 7.75$$

۲- دو ناس را می‌اندازیم.

الف) تعداد حالت‌های هم‌شانس ممکن را به دست آورید. \Rightarrow ۳۶ حالت هم‌شانس *

ب) احتمال اینکه هر دو ناس ۱ بیاید، چقدر است؟ $\rightarrow \frac{1}{36}$

۵ مرکز داشته‌ها

$$\frac{27}{36}$$

احتمال اینکه یکی از ناس‌ها زوج بیاید $\frac{27}{36}$ ، احتمال اینکه یکی از ناس‌ها اول بیاید $\frac{27}{36}$

$$\frac{9}{36}$$

احتمال هر دو زوج و یا هر دو فرد بیاید هر کدام $\frac{9}{36}$ است، احتمال هر دو اول آمدن $\frac{9}{36}$

۳۶

