فصل یازدهم

اتصال مقاومت‌ها به طور موازی

هدف‌های رفتاری

در پایان این فصل، از هنرجو انتظار می‌رود :

۱ــ اتّصال موازی مقاومت‌ها را تعریف کند.

۲ــ مقاومت معادل مدار موازی را تعریف کند.

۳ــ مقاومت معادل چند مقاومت موازی را محاسبه کند.

۴ــ توزیع جریان را در مدار موازی شرح دهد.

۵ ــ قانون جریان‌های کیرشهف را توضیح دهد.

۶ــ توان را در مدار موازی شرح دهد و آن‌را محاسبه کند.

۷ــ مشخّصات و قوانین مدارهای موازی را نام ببرد.

۸ ــ جریان‌ها را در مدار موازی محاسبه کند.

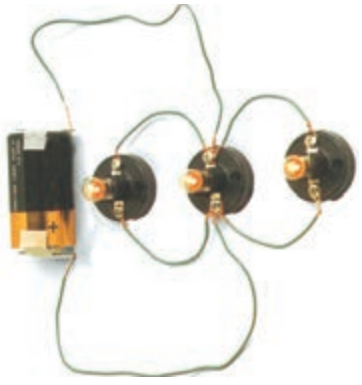
۹ــ مقاومت معادل را در مدار ترکیبی محاسبه کند.

۱۰ــ جریان‌ها و ولتاژها را در مدار ترکیبی محاسبه کند.

۱ــ۱۱ــ اتّصال مقاومت‌ها به‌طور موازی

اگر بخواهند چند مصرف‌کننده با ولتاژ مساوی را هم‌زمان به یک منبع ولتاژ اتّصال دهند، آن‌ها را به‌صورت موازی به دو سر منبع ولتاژ اتّصال می‌دهند.

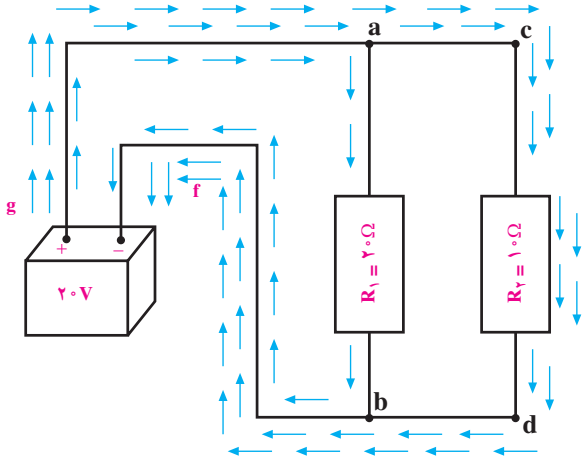
اتّصال موازی بدین صورت است که یک طرف همه‌ی مصرف‌کننده‌ها به یک قطب منبع و طرف دیگر همه‌ی آن‌ها به قطب دیگر منبع وصل می‌شود(شکل ۱ــ۱۱).



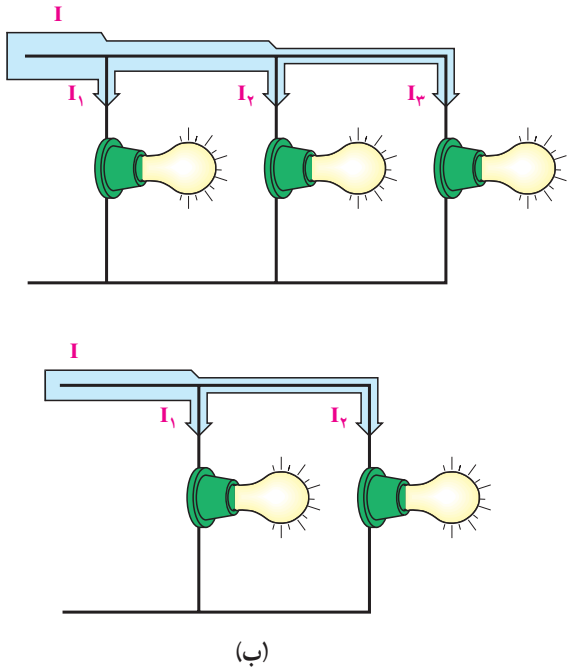
شکل ۱ــ۱۱ــ اتّصال لامپ‌ها به باتری به‌طور موازی

۲ــ۱۱ــ ولتاژ در مدار موازی

ولتاژ دو سر همه‌ی مصرف‌کننده‌ها در اتّصال موازی، یکسان و برابر ولتاژ منبع تغذیه است ولی درصورت متفاوت بودن مقاومت آن‌ها جریان مصرف‌کننده‌ها متفاوت‌اند. در شکل ۲ــ۱۱ــالف این موضوع نشان داده شده است.



(الف)

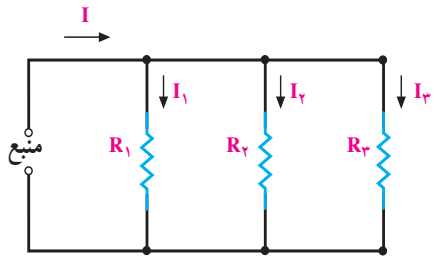


(ب)

شکل ۲ــ۱۱ــ مسیرهای جریان و اندازه‌ی آن‌ها

۳ــ۱۱ــ جریان در مدار موازی

در مدار موازی، بیش از یک مسیر برای عبور جریان وجود دارد. هریک از مسیرهای موازی را **شاخه** می‌گویند. در شکل ۱ــ۱۱چهار مسیر موازی را مشاهده می‌کنید که شمای فنی آن‌ها در شکل ۳ــ۱۱ رسم شده است.



شکل ۳ــ۱۱

در مدارهای شکل ۳ــ۱۱، شدّت جریان کل، با مجموع شدّت جریان‌های شاخه‌های موازی برابر است ؛ در صورتی که ولتاژ دو سر هر شاخه با شاخه‌های دیگر و دو سر منبع برابر می‌باشد. از این‌رو با استفاده از روابط قانون اهم، شدّت جریان هر شاخه و شدت جریان کل را می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد.

شدّت جریان شاخه‌ی nام $I_n = \frac{E}{R_n}$

شدّت جریان کل مدار $I_t = I_۱ + I_۲ + \cdots I_n$

درصورت مساوی بودن مقاومت‌های شاخه‌های مدار، از هر شاخه شدّت جریان مساوی با دیگر شاخه‌ها می‌گذرد امّا اگر مقدار مقاومت‌های هرشاخه متفاوت باشد، هر شاخه‌ای که مقاومت کم‌تری دارد، شدّت جریان بیش‌تری را عبور می‌دهد.

نتیجه: مقدار جریان عبوری از هر شاخه در مدار موازی نسبت عکس با مقدار مقاومت آن شاخه دارد.

این حالت در روابط زیر نشان داده شده است.

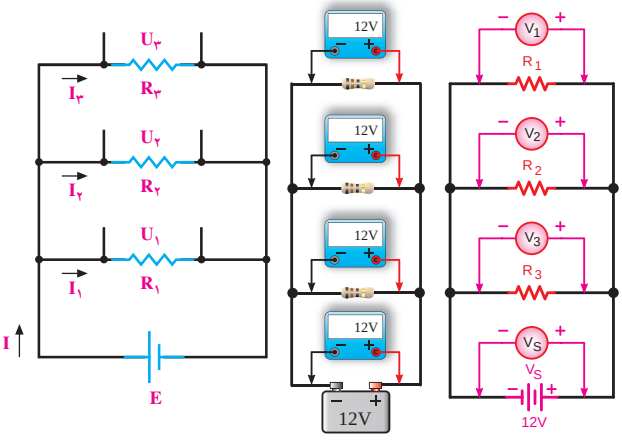
$$I^{\uparrow} = \frac{E}{R_{\downarrow}} \quad \text{یا} \quad I_{\downarrow} = \frac{E}{R^{\uparrow}}$$

۴ــ۱۱ــ مقاومت در مدار موازی

مقاومت معادل: مقاومت کل (معادل) در مدار موازی، مقاومتی است که اگر به جای مقاومت‌های موازی قرار گیرد، شدّت جریان کل مدار را تغییر ندهد. در مدار موازی، با افزایش

شاخه‌های مدار تعداد مسیرهای جریان زیادتر می‌شود و شدّت جریان کل افزایش می‌یابد. افزایش شدّت جریان بدین معناست که مقاومت معادل، کاهش یافته است. در شکل ۳ــ۱۱ جریان کل و جریان شاخه‌ها مشخص شده است.

مدار شکل ۴ــ۱۱ را با سه مقاومت R_1 ، R_2 و R_3 درنظر می‌گیریم.



شکل ۴ــ۱۱

در مدار موازی ولتاژ منبع با ولتاژ دو سر شاخه‌ها برابر است و جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به‌دست می‌آید. روابط ۱ و ۲ این معنی را نشان می‌دهد.

$$E = U_1 = U_2 = U_3 \qquad (1)$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (2)$$

طبق قانون اهم می‌توان نوشت :

$$I = \frac{E}{R_t^*} \ , \ I_1 = \frac{E}{R_1} \ , \ I_2 = \frac{E}{R_2} \ , \ I_3 = \frac{E}{R_3}$$

مقادیر مساوی جریان‌ها را در رابطه‌ی ۲ قرار می‌دهیم.

$$\frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

با فاکتورگیری و حذف مقادیر مساوی E از طرفین تساوی، به رابطه‌ی ۳ می‌رسیم.

$$\frac{E}{R_t} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$$

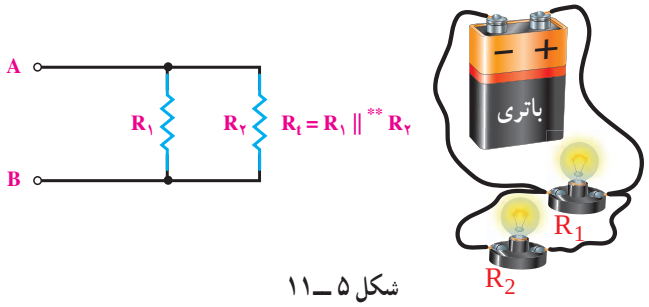
$$\boxed{\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \qquad (3)$$

حالات خاص

I ــ رابطه‌ی مقاومت معادل بین دو مقاومت موازی شکل ۵ــ۱۱ چنین محاسبه می‌شود.

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \Rightarrow \boxed{R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$



شکل ۵ــ۱۱

II ــ در صورتی که مقاومت‌های موازی شده با هم مساوی باشند، مقاومت معادل چنین به‌دست می‌آید :

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \cdots + \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R}(\overbrace{1+1+\cdots+1}^{\text{تا } n})$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R} \times n = \frac{n}{R}$$

$$\boxed{R_t = \frac{R}{n}}$$

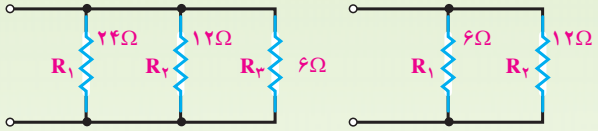
n تعداد مقاومت‌های موازی شده و R یکی از آن‌هاست.

---

* ــ معمولاً مقاومت معادل در مدار موازی را با R_{eq} نشان می‌دهند. eq مخفف کلمه‌ی equivalent به معنای **معادل** است ولی در این کتاب جهت سادگی، مقاومت معادل در مدار موازی نیز با R_t نمایش داده شده است.

** ــ علامت دو خط موازی (‖) را برای اختصار در به‌کار بردن کلمه‌ی موازی به‌کار می‌برند ؛ مثلاً $R_1 \| R_2$ یعنی R_1 موازی R_2 است.

مثال ۱: مقاومت معادل مدارهای شکل ۶ــ۱۱ را به‌دست آورید.



(ب) (الف)

شکل ۶ــ۱۱

مقاومت معادل مدار الف برابر است با

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = \frac{۷۲}{۱۸} = ۴$$

هم‌چنین، در مدار ب مقاومت معادل برابر است با

$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱}{R_1} + \frac{۱}{R_2} + \frac{۱}{R_3} = \frac{۱}{۲۴} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۶}$$

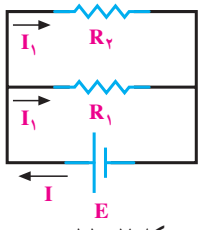
$$\frac{۱}{R_t} = \frac{۱+۲+۴}{۲۴} = \frac{۷}{۲۴} \quad , \quad R_t = \frac{۲۴}{۷} = ۳/۴۳$$

III ــ با توجه به مدار شکل ۷ــ۱۱ و به‌کارگیری قانون اهم برای هر شاخه، به این نتیجه می‌رسیم :

رابطه‌ی (۱) $E = I_1 R_1$

رابطه‌ی (۲) $E = I_2 R_2$

رابطه‌ی (۳) $E = I R_t$



شکل ۷ــ۱۱

مقاومت معادل مدار فوق برابر است با

$$R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \qquad (۴)$$

از رابطه‌ی ۱ جریان I_1 را به‌دست می‌آوریم.

$$I_1 = \frac{E}{R_1} \qquad (۵)$$

رابطه‌ی ۴ را در رابطه‌ی ۳ قرار می‌دهیم :

$$E = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

حال اگر مقدار E را در رابطه‌ی ۵ جایگزین کنیم، خواهیم داشت :

$$I_1 = \frac{I \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_1}$$

$$I_1 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 (R_1 + R_2)} \Rightarrow \boxed{I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

نتیجه: جریان کل در شاخه‌های موازی، به‌نسبت عکسِ مقاومت‌های شاخه‌ها تقسیم می‌شود.

I_2 نیز به‌ترتیب زیر به‌دست می‌آید.

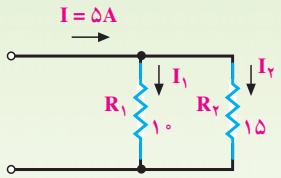
$$I_2 = \frac{E}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{I \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_2} = I \frac{R_1 R_2}{R_2 (R_1 + R_2)}$$

با حذف R_2 از صورت و مخرج داریم :

$$\boxed{I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

مثال ۲: شدّت جریان هر شاخه از مدار شکل ۸ــ۱۱ را به‌دست آورید.



شکل ۸ــ۱۱

رابطه‌ی جریان شاخه‌ی R_1 : $I_1 = I \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$

$$I_1 = \frac{۵ \times ۱۵}{۱۵ + ۱۰}$$

جریان شاخه‌ی $R_۱$:

$$I_۱ = \frac{۷۵}{۲۵} = ۳A$$

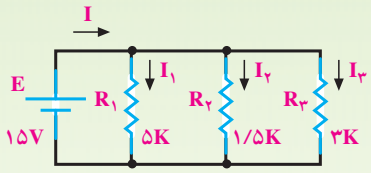
جریان شاخه‌ی $R_۲$:

$$I_۲ = I - I_۱ = ۵ - ۳ = ۲A$$

یا

$$I_۲ = I \times \frac{R_۱}{R_۱ + R_۲} = ۵\frac{۱۰}{۲۵} = ۲A$$

مثال ۳: در مدار شکل ۹ــ۱۱ شدّت جریان هر شاخه و شدّت جریان کل را به‌دست آورید.



شکل ۹ــ۱۱

$$I_۱ = \frac{E}{R_۱} = \frac{۱۵V}{۵\times۱۰^{+۳}} = ۳mA$$

$$I_۲ = \frac{E}{R_۲} = \frac{۱۵V}{۱/۵\times۱۰^{۳}} = ۱۰mA$$

$$I_۳ = \frac{E}{R_۳} = \frac{۱۵V}{۳\times۱۰^{۳}} = ۵mA$$

$$I = I_۱ + I_۲ + I_۳$$

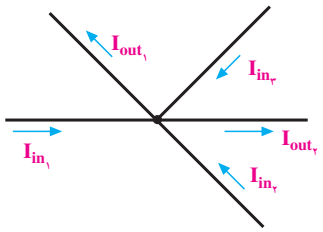
$$I = ۳ + ۱۰ + ۵ \qquad I = ۱۸mA$$

۵ــ۱۱ــ قانون جریان کیرشهف[۱]

در هر شبکه[۲] انشعاب‌های زیادی وجود دارد. محل اتصال بیش از دو شاخه از مدار را **نقطه‌ی گره** یا **نقطه‌ی انشعاب** و فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی گره را **شاخه** گویند.

بر اساس قانون جریان کیرشهف، مجموع جریان‌های وارد شده به هر نقطه‌ی گره با مجموع جریان‌های خارج شده از آن نقطه برابر است.

در شکل ۱۰ــ۱۱ جریان‌هایی که وارد گره شده‌اند با I_{in} و جریان‌هایی که از گره دور یا خارج شده‌اند با I_{out} نمایش داده شده است.



شکل ۱۰ــ۱۱ــ جریان‌های وارد شونده و خارج شونده از یک گره

با توجّه به قانون جریان کیرشهف، برای شکل ۱۰ــ۱۱ رابطه‌ی زیر را می‌توان نوشت :

$$I_{in_۱} + I_{in_۲} + I_{in_۳} = I_{out_۱} + I_{out_۲}$$

قانون گفته شده را این‌گونه نیز می‌توان تعریف کرد : جمع جبری جریان‌ها در یک گره برابر صفر است ؛ یعنی : $\Sigma I = ۰$

$$I_{in_۱} + I_{in_۲} + I_{in_۳} - I_{out_۱} - I_{out_۲} = ۰$$

در این رابطه، جریان‌هایی که به گره وارد می‌شوند مثبت و جریان‌های خارج شده از گره منفی در نظر گرفته شده‌اند. عکس این حالت نیز صادق است.

$$-I_{in_۱} - I_{in_۲} - I_{in_۳} + I_{out_۱} + I_{out_۲} = ۰$$

رابطه‌ی کلی جریان کیرشهف :

$$\Sigma I_{in} = \Sigma I_{out}$$

یا

$$\Sigma I = ۰$$

مثال ۴: درمدار شکل ۱۱ــ۱۱ :

۱ــ تعیین تعداد نقطه‌ی گره،

۲ــ تعیین تعداد شاخه،

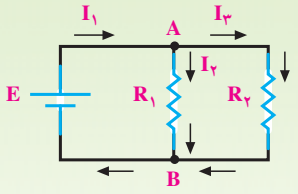
۳ــ رابطه‌ی جریان در گره‌های A و B را تعیین کنید.

راه حل:

۱ــ دو گره A و B

۱ــ Kirchhoff's Current law

۲ــ شبکه شامل مجموعه‌ای از مقاومت‌های سری، موازی یا ترکیبی، همراه با منابع تغذیه است.



شکل ۱۱ــ۱۱

۲ــ سه شاخه یعنی فاصله‌ی بین دو گره A و B از سه مسیر یعنی مسیر منبع، مسیر R_1 و مسیر R_2 تشکیل شده است.

۳ــ در گره A $\quad \sum I = 0 \Rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$

در گره B $\quad \sum I = 0 \Rightarrow I_2 + I_3 - I_1 = 0$

۶ــ۱۱ــ توان مصرفی در مدار موازی

پیش از این با توان مجاز و توان مصرفی یک مقاومت آشنا شده‌اید. اگر چند مقاومت، موازی با منبع بسته شوند توان تولید شده توسط منبع باجمع توان‌های مصرف شده در مقاومت‌ها برابر است. چرا؟

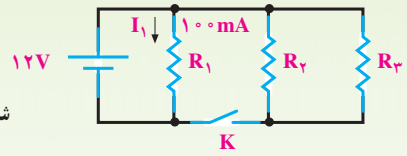
با استفاده از روابط محاسبه‌ی توان ــ که قبلاً ذکر شده است ــ می‌توان مقدار توان را در مدارهای موازی به‌دست آورد. این روابط عبارت‌اند از :

$$P = U.I \ , \ P = RI^2 \ , \ P = \frac{U^2}{R}$$

مثال ۵: توان مصرفی کل شبکه در شکل ۱۲ــ۱۱ در دو حالت الف و ب چه‌قدر است؟ در صورتی که $R_1 = R_2 = R_3$ باشد،

الف : کلید K باز است.

ب : کلید K بسته است.



شکل ۱۲ــ۱۱

راه حل :

الف) $P_{R1} = U.I_1$

توان مصرفی R_1 $\quad P_{R1} = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2(W)$

$P_t = E.I$

توان کل $\quad P_t = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2(W)$

در حالت کلید باز، توانی که منبع تولید می‌کند برابر با توانی است که مقاومت R_1 مصرف می‌کند.

ب) با بستن کلید، جریان کل افزایش می‌یابد (سه‌برابر می‌شود. چرا؟) و از مقاومت معادل کاسته می‌شود ($\frac{1}{3}$ می‌شود. چرا؟). بنابراین، جریان منبع برابر است با

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_t = 100 + 100 + 100 = 3 \times 100 = 300mA$$

$$P_t = I_t.U = 300 \times 10^{-3} \times 12 = 3/6W$$

توان مصرفی هر مقاومت برابر است با

$$P_1 = U.I_1 = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2W$$

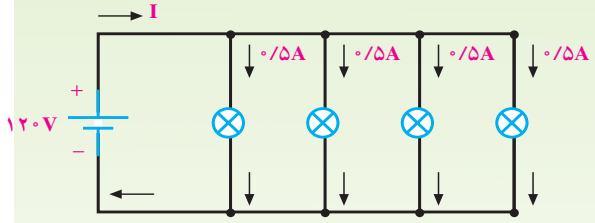
$$P_2 = U.I_2 = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2W$$

$$P_3 = U.I_3 = 12V \times 100 \times 10^{-3} = 1/2W$$

$$P_t = P_1 + P_2 + P_3 = 1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/6W$$

نتیجه: توان تولید شده توسط منبع، با مجموع توان‌های مصرفی شاخه‌های موازی برابر است.

مثال ۶: برای تغذیه‌ی لامپ‌های مشابه شکل ۱۳ــ۱۱ که به‌طور موازی بسته شده‌اند، چه توانی از منبع به لامپ‌ها منتقل می‌شود؟



شکل ۱۳ــ۱۱

راه حل:

$$P_1 = U.I_1 = 120 \times 0/5 = 60(W)$$

$$P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 60(W)$$

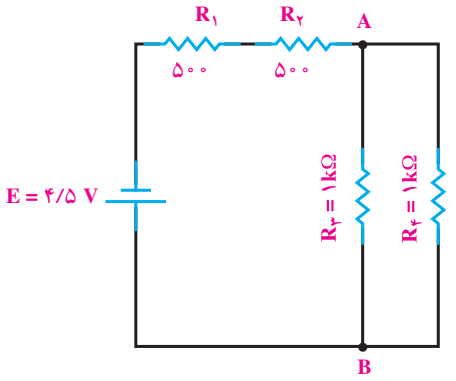
$$P_t = 4 \times 60W = 240(W)$$

یا $\quad I_t = 4 \times 0/5 = 2A$

$$P_t = U.I_t = 120 \times 2 = 240(W)$$

۷ــ۱۱ــ مدارهای ترکیبی (سری ــ موازی)

مدار سری ــ موازی به مداری گفته می‌شود که در آن ترکیبی از مقاومت‌های سری و موازی وجود داشته باشد. در شکل ۱۴ــ۱۱شمای فنی مدار سری ــ موازی اهمی را مشاهده می‌کنید.



شکل ۱۴ــ۱۱ــ مدار مختلط (سری ــ موازی)

مدارهای سری ــ موازی از قوانین مربوط به مدار سری و موازی تبعیّت می‌کنند. مثلاً در شکل ۱۴ــ۱۱ مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ به‌طور سری و مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ به طور موازی بسته شده‌اند.

مقاومت معادل قسمت سری (R_x) برابر است با :

$$R_x = R_۱ + R_۲$$

$$R_x = ۵۰۰ + ۵۰۰ = ۱۰۰۰\Omega \quad 1k$$

مقاومت معادل قسمت موازی (R_y) برابر است با

$$R_y = R_۳ \| R_۴$$

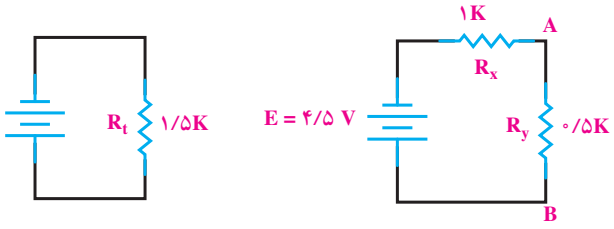
$$R_y = \frac{۱۰۰۰}{۲} = ۵۰۰\Omega \quad ۰/۵k$$

مقاومت R_x ، $(R_۱ + R_۲)$ و R_y ، $(R_۳ \| R_۴)$ با هم سری هستند و معادل آن دو ــ یعنی R_t ــ برابر است با

$$R_t = R_x + R_y$$

$$R_t = ۱ + ۰/۵ = ۱/۵k$$

مدارهایی که برای مراحل گفته شده می‌توان رسم کرد، در شکل‌های ۱۵ــ۱۱ــ الف و ۱۵ــ۱۱ــ ب آمده است.



(ب) (الف)

شکل ۱۵ــ۱۱ــ مدار معادل شکل ۱۴ــ۱۱

جریان کل از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{۴/۵V}{۱/۵k} = ۳mA$$

در شکل ۱۵ــ۱۱ــ الف شدّت جریان کل از $R_۱$ و $R_۲$ ، (R_x) عبور می‌کند. با داشتن جریان عبوری از R_x می‌توان افت ولتاژ دو سر آن را حساب کرد.

$$U_{Rx} = I.R_x$$

$$U_{Rx} = ۳mA \times ۱k\Omega \quad ۳V$$

طبق قانون ولتاژ کیرشهف، ولتاژ دو سر بخش موازی (R_y) یعنی U_{AB} برابر است با

$$U_{AB} = E - U_{Rx}$$

$$U_{AB} = U_{Ry} = ۴/۵V - ۳V = ۱/۵V$$

جریان کل، بعد از عبور از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ در نقطه‌ی A تقسیم می‌شود. جریان هر شاخه را از دو راه می‌توان محاسبه کرد.

راه اول:

$$I_{R_۳} = \frac{U_{AB}}{R_۳} = \frac{۱/۵V}{۱k} = ۱/۵mA$$

$$I_{R_۴} = \frac{U_{AB}}{R_۴} = \frac{۱/۵V}{۱k} = ۱/۵mA$$

راه دوم:

$$I_{R_۳} = I\frac{R_۴}{R_۳ + R_۴} = ۳A\frac{۱k}{۱k\Omega \quad 1k} = ۱/۵mA$$

$$I_{R_۴} = I\frac{R_۳}{R_۳ + R_۴} = ۳A\frac{۱k}{۱k\Omega \quad ۱k} = ۱/۵mA$$

درهر مدار، توان کل از مجموع توان‌های جزء مصرف شده در آن مدار به‌دست می‌آید.

$$P_T = P_{R_۱} + P_{R_۲} + P_{R_۳} + P_{R_۴}$$

توان مصرفی $R_۱$

$$P_{R_۱} = R_۱I^۲ = ۰/۵k\Omega \quad (۳mA)^۲ = ۴/۵mw$$

توان مصرفی $R_۲$ $\quad P_{R_۲} = P_{R_۱} = ۴/۵mw$

توان مصرفی $R_۳$

$$P_{R_۳} = R_۳I_۳^۲ = ۱k\Omega \quad (۱/۵mA)^۲ = ۲/۲۵mw$$

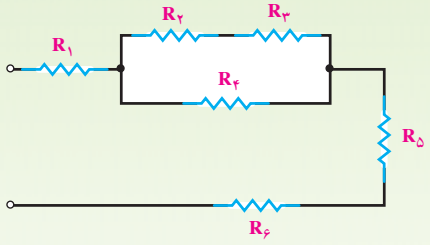
توان مصرفی $R_۴$

$$P_{R_۴} = P_{R_۳} = ۲/۲۵mw$$

$$P_T = ۴/۵mw + ۴/۵mw + ۲/۲۵mw + ۲/۲۵mw$$

توان کل $\quad = ۱۳/۵mw$

مثال ۷: درمدار شکل ۱۶ــ۱۱ مشخص کنید کدام مقاومت‌ها با هم سری و کدام مقاومت‌ها با هم موازی‌اند؟

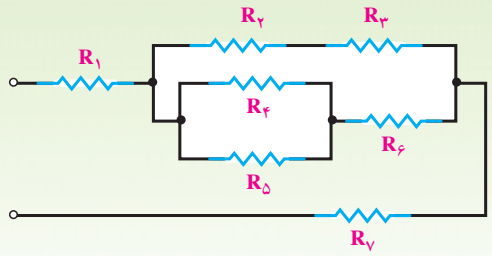


شکل ۱۶ــ۱۱

راه حل: $R_۲$ و $R_۳$ با هم سری، $R_{۲,۳}$ با $R_۴$ موازی و $R_۱$ و $(R_{۲,۳,۴})$ و $R_۵$ و $R_۶$ با هم سری‌اند. خلاصه‌ی این توضیح را به‌صورت زیر می‌توان نوشت :

$$R_t = R_۱ + \left[(R_۲ + R_۳) \| R_۴\right] + R_۵ + R_۶$$

مثال ۸: درمدار شکل ۱۷ــ۱۱ مقاومت‌های سری و موازی را به‌صورت نمادین (سمبلیک) بنویسید.

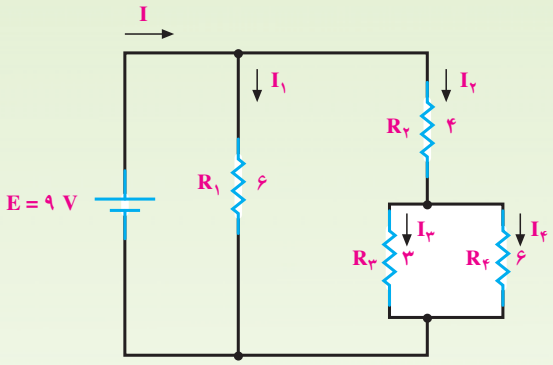


شکل ۱۷ــ۱۱

راه حل:

$$R_t = R_۱ + \left\{(R_۲ + R_۳) \| \left[(R_۴ \| R_۵) + R_۶\right]\right\} + R_۷$$

مثال ۹: مقاومت معادل، جریان کل و جریان هر شاخه از مدار شکل ۱۸ــ۱۱ را به‌دست آورید.



شکل ۱۸ــ۱۱

راه حل:

$$R_{۳,۴} = R_۴ \| R_۳ = \frac{۳\times۶}{۳+۶} = ۲$$

$$R_{۳,۴} + R_۲ = ۲\Omega \quad ۴\Omega \quad ۶$$

مقاومت کل $\quad R_t = R_۱ \| R_{۲,۳,۴} = \frac{۶}{۲} = ۳$

شدّت جریان کل $\quad I = \frac{E}{Rt} = \frac{۹V}{۳} = ۳A$

شدّت جریان $I_۱$ از تقسیم کردن ولتاژ منبع بر $R_۱$ به‌دست می‌آید.

$$I_۱ = \frac{E}{R_۱} = \frac{۹V}{۶} = ۱/۵A$$

شدّت جریان $I_۲$ پس از عبور از $R_۲$ به $I_۳$ و $I_۴$ تقسیم

می‌شود ؛ بنابراین، جریان $I_۲$ برابر است با

$$I_۲ = I_{۲,۳,۴} = \frac{E}{R_{۲,۳,۴}} = \frac{۹V}{۶} = ۱/۵A$$

شدّت جریان $I_۳$ را از تقسیم کردن جریان $I_۲$ بین $R_۳$ و $R_۴$ محاسبه می‌کنیم.

$$I_۳ = I_۲ \frac{R_۴}{R_۴ + R_۳}$$

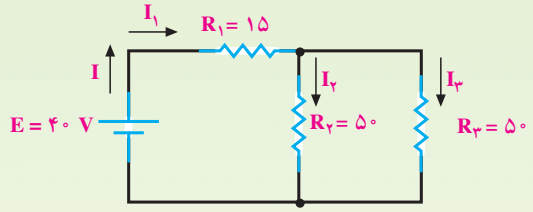
$$I_۳ = \frac{۱/۵A \times ۶}{(۶+۳)} = ۱A$$

با داشتن شدّت جریان $I_۲$ و $I_۳$ می‌توان با عمل تفریق، شدّت جریان $I_۴$ را به‌دست آورد.

$$I_۴ = I_۲ - I_۳$$

$$I_۴ = ۱/۵A - ۱A = ۰/۵A$$

مثال ۱۰: افت ولتاژ دو سر $R_۲$ و $R_۱$ را در مدار شکل ۱۱ــ۱۹ حساب کنید.



شکل ۱۱ــ۱۹

راه حل: با محاسبه‌ی مقاومت معادل، شدّت جریان کل را به‌دست می‌آوریم.

$$R_۲ \| R_۳ = \frac{۵۰}{۲} = ۲۵$$

$$R_t = R_۱ + R_{۲,۳}$$

$$R_t = ۱۵\Omega \quad ۲۵\Omega \quad ۴۰$$

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{۴۰V}{۴۰}$$

$$I = ۱A$$

افت ولتاژ دو سر $R_۱$ از حاصل ضرب شدّت جریان عبوری از آن در مقدار $R_۱$ به‌دست می‌آید.

$$U_{R_۱} = R_۱ I_۱$$

$$I = I_۱ = ۱A$$

$$U_{R_۱} = ۱۵\Omega \quad ۱A = ۱۵V$$

یا $U_{R_{۲,۳}} = U_{R_۲} = U_{R_۳} = E - U_{R_۱} = ۴۰ - ۱۵ = ۲۵V$.

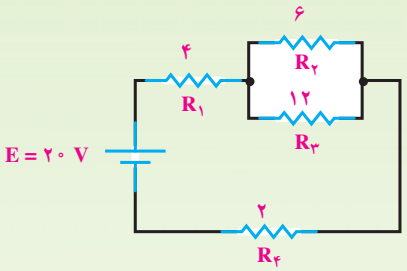
چون $R_۲$ و $R_۳$ با هم مساوی‌اند، شدّت جریان کل به‌نسبت مساوی بین آن‌دو تقسیم می‌شود ؛ یعنی :

$$I_۲ = \frac{I}{۲} = \frac{۱A}{۲} = ۰/۵A$$

$$U_{R_۲} = I_۲ R_۲$$

$$U_{R_۲} = ۰/۵A \times ۵۰\Omega \quad ۲۵V$$

مثال ۱۱: توان کل و توان $R_۲$ را در مدار شکل ۱۱ــ۲۰ حساب کنید.



شکل ۱۱ــ۲۰

راه حل: ابتدا مقاومت معادل را حساب می‌کنیم.

$$R_t = R_۱ + (R_۲ \| R_۳) + R_۴$$

$$R_۲ \| R_۳ = \frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = \frac{۱۲}{۳} = ۴$$

$$R_t = ۴\Omega \quad ۴\Omega \quad ۲$$

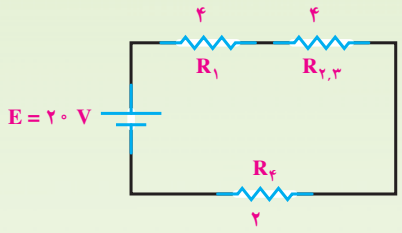
$$R_t = ۱۰$$

با به‌دست آوردن R_t و داشتن ولتاژ کل، توان کل از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$P_t = \frac{(E)^۲}{R_t}$$

$$P_t = \frac{(۲۰)^۲}{۱۰} = ۴۰(W)$$

برای محاسبه‌ی توان مصرفی $R_۲$ ابتدا مدار شکل ۲۰ــ۱۱ را ساده کرده و به مدار سری تبدیل می‌کنیم (مطابق شکل ۲۱ــ۱۱).



شکل ۲۱ــ۱۱

اکنون با استفاده از تقسیم ولتاژها در مدار سری، افت ولتاژ دو سر $R_۲$ و $R_۳$ را به‌دست می‌آوریم.

$$U_{R_{۲,۳}} = E\frac{R_{۲,۳}}{R_t} = E\frac{R_{۲,۳}}{R_۱ + R_{۲,۳} + R_۴}$$

$$U_{R_{۲,۳}} = \frac{۲۰V \times ۴}{۴+۴+۲} = ۸V$$

چون $R_۲$ با $R_۳$ موازی است، پس $U_{R_۳} = U_{R_۲}$ خواهد بود.

مقدار توان $R_۲$ با استفاده از رابطه‌ی توان چنین می‌شود :

$$P_{R_۲} = \frac{(U_{R_۲})^۲}{R_۲}$$

$$P_{R_۲} = \frac{(۸V)^۲}{۶} = \frac{۶۴V}{۶}$$

$$P_{R_۲} = \frac{۳۲}{۳}(W)$$

۸ــ۱۱ــ مشخّصات مدار موازی

۱ــ ولتاژ دو سر هر شاخه از مدار موازی برابر ولتاژ منبع است.

$$E = U_۱ = U_۲ \cdots = U_n$$

۲ــ جریان عبوری از هر شاخه با مقدار مقاومت آن شاخه نسبتِ عکس دارد.

$$\uparrow I = \frac{U}{\downarrow R} \quad و \quad \downarrow I = \frac{U}{R \uparrow}$$

۳ــ جریان کل از مجموع جریان‌های شاخه‌ها به‌دست می‌آید.

$$I_T = I_۱ + I_۲ + \cdots + I_n$$

۴ــ مقاومت کل مدار از رابطه زیر محاسبه می‌شود :

$$R_T = \frac{۱}{\frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \ldots + \frac{۱}{R_n}}$$

۵ــ مقدار مقاومت کل (معادل) از کم اهم‌ترین مقاومت‌های مدار نیز کم‌تر است.

۶ــ توان کل برابر مجموع توان مقاومت‌های مدار است.

$$P_T = P_۱ + P_۲ + \cdots + P_n$$

۷ــ قطع (باز) شدن یک شاخه نقشی در جریان سایر شاخه‌ها ندارد اما جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

پرسش

۱ــ چرا مقاومت‌ها را موازی می‌بندند؟

۲ــ مقاومت معادل مدار موازی را تعریف کنید.

۳ــ حالت‌های خاص را در محاسبه‌ی مقاومت معادل توضیح دهید.

۴ــ در مدار موازی، جریان کل چگونه بین شاخه‌ها تقسیم می‌شود؟

۵ ــ در مدار موازی از کدام قانون کیرشهف کمک می‌گیرید؟

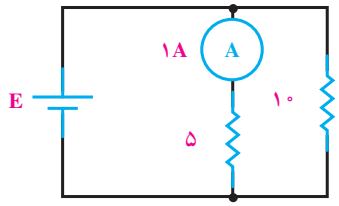
۶ــ مدار ترکیبی از چه قوانینی پیروی می‌کند؟

۷ــ مصرف کننده‌های برقی به چه صورت به شبکه بسته می‌شوند؟

تمرین

۱ــ در شکل ۲۲ــ۱۱ ولتاژ باتری (E) و جریان کل چه‌قدر است؟

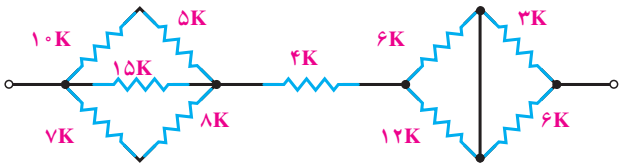
(جواب : ۵V ۱/۵A)



شکل ۲۲ــ۱۱

۲ــ مقاومت معادل مدار شکل ۲۳ــ۱۱ چه‌قدر است؟

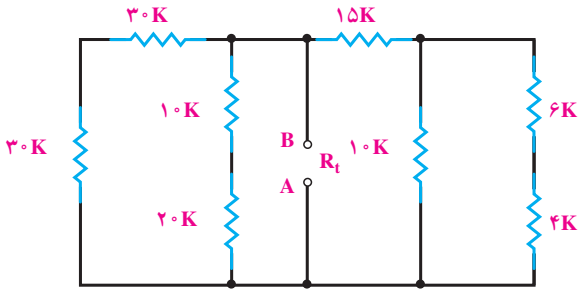
(جواب : ۱۵k)



شکل ۲۳ــ۱۱

۳ــ مقاومت معادل مدار R_t بین دو نقطه‌ی A و B در مدار شکل ۲۴ــ۱۱ چه‌قدراست؟ اگر بین دو نقطه‌ی A و B منبع ولتاژ ۱۰۰ ولتی وصل شود، جریان کل چه‌قدر است؟

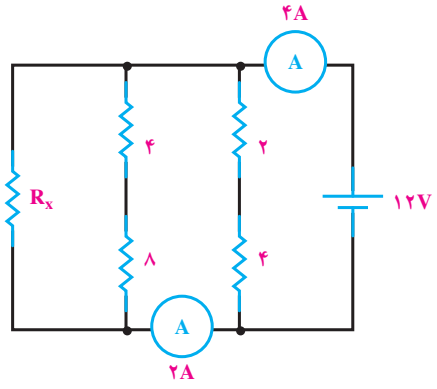
(جواب : ۱۰k – ۱۰mA)



شکل ۲۴ــ۱۱

۴ــ مقدار مقاومت R_x درمدار شکل ۲۵ــ۱۱ چه‌قدر است؟

(جواب : ۱۲)



شکل ۲۵ــ۱۱

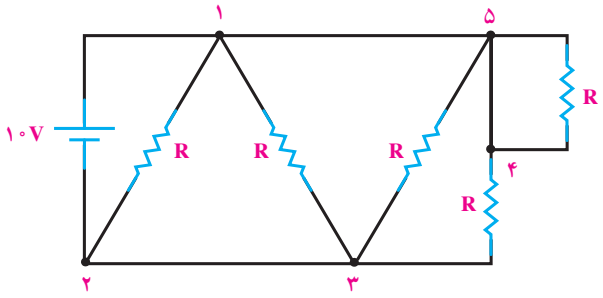
۵ــ در شکل ۲۶ــ۱۱ اختلاف پتانسیل‌های $U_{۱۲}$ ، $U_{۱۳}$ ، $U_{۵۳}$ ، $U_{۵۴}$ ، $U_{۴۳}$ ، $U_{۲۳}$ و $U_{۱۵}$ را به‌دست آورید.

جواب :

$U_{۱۲} = U_{۱۳} = U_{۵۳} = ۱۰V$

$U_{۵۴} = ۰, U_{۴,۳} = ۱۰V$

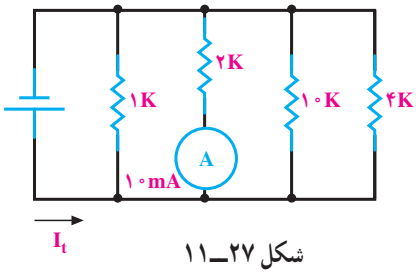
$U_{۱۵} = U_{۲۳} = ۰$



شکل ۲۶ــ۱۱

۶ــ درمدار شکل ۲۷ــ۱۱، I_t چه‌قدر است؟

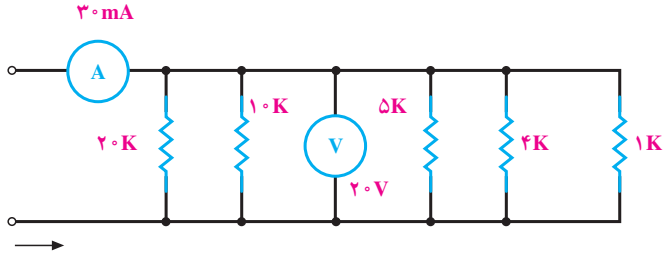
(جواب : ۳۷mA)



شکل ۲۷ــ۱۱

۷ــ درمدار شکل ۲۸ــ۱۱ کدام مقاومت باز شود تا دستگاه‌های اندازه‌گیری مقدار داده شده در شکل را نشان دهند؟

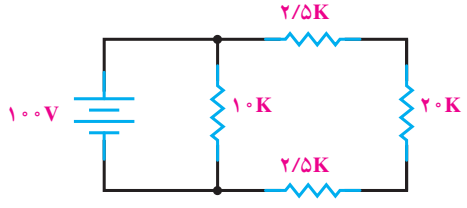
(جواب : ۱۰k)



شکل ۲۸ــ۱۱

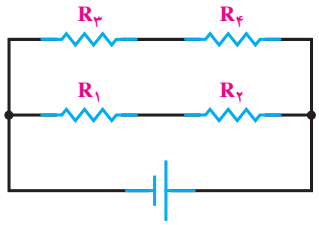
۸ــ توان کل مدار شکل ۲۹ــ۱۱ چه‌قدر است؟

(جواب : ۱/۴W)



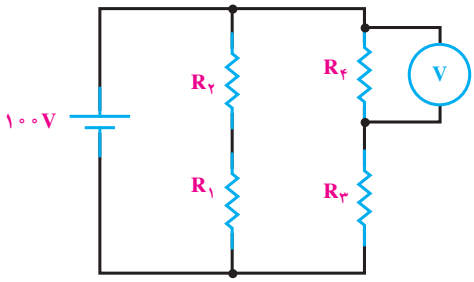
شکل ۲۹ ــ۱۱

۹ــ در مدار شکل ۳۰ــ۱۱ اگر $R_۲$ راقطع یا دو سر آن را به‌وسیله‌ی سیمی به هم وصل کنیم، در توان $R_۴$ چه تغییری حاصل می‌شود؟



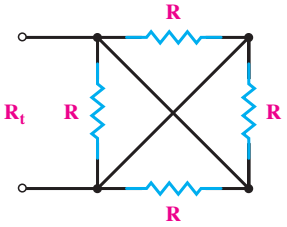
شکل ۳۰ــ۱۱

۱۰ــ درمدار شکل ۳۱ــ۱۱ در چه صورت ولت‌متر عدد صفر را نشان می‌دهد؟
(جواب : $R_۴ = ۰$ یا در قسمت‌های CD – AB یا DE قطع‌شدگی باشد.)



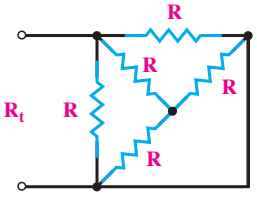
شکل ۳۱ــ۱۱

۱۱ــ در شکل ۳۲ــ۱۱ مقدار R_t چه‌قدر است؟
(جواب : $\frac{R}{۴}$)



شکل ۳۲ــ۱۱

۱۲ــ مقاومت معادل شکل ۳۳ــ۱۱ چه‌قدر است؟
(جواب : $\frac{۳}{۸}R$)



شکل ۳۳ــ۱۱

۱۳ــ در مداری با یک فیوز ۶ آمپری، چند لامپ ۴۰ واتی، ۲۲۰ ولتی می‌توانند روشن باشند، بدون این که جریان برق قطع شود؟ اگر از یک اتوی برقی ۷۵۰ واتی استفاده شود، چند عدد از لامپ‌ها را می‌توان روشن کرد؟
(جواب : ۳۳ لامپ و ۱۴ لامپ)