sbargh.ir

1

به نام خدایی که جان را فکرت آموخت

عدم قطعیت اندازه گیری

S.Farhadi

فهرست مطالب

2

1. آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری
2. آشنایی با علوم مربوطه
   1. اندازه شناسی
   2. آمار
   3. ریاضی
3. تعریف عدم قطعیت و انواع آن

S.Farhadi

sbargh.ir

sbargh.ir

فهرست مطالب

3

4. معرفی روش GUMجهت محاسبه عدم قطعیت و گام های اساسی آن
   1. گام اول : تعیین مدل ریاضی سیستم اندازه گیری
   2. گام دوم : تعیین بهترین تخمین کمیت های ورودی
   3. گام سوم : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی
   4. گام چهارم : محاسبه کواریانس کمیت های ورودی

S.Farhadi

فهرست مطالب

4

5. گام پنجم : محاسبه ضریب حساسیت
6. گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب
7. گام هفتم : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

5. نحوه گزارش میزان عدم قطعیت و محدوده پذیرش
6. فرم محاسبه عدم قطعیت و چند فعالیت گروهی

S.Farhadi

sbargh.ir

sbargh.ir

5

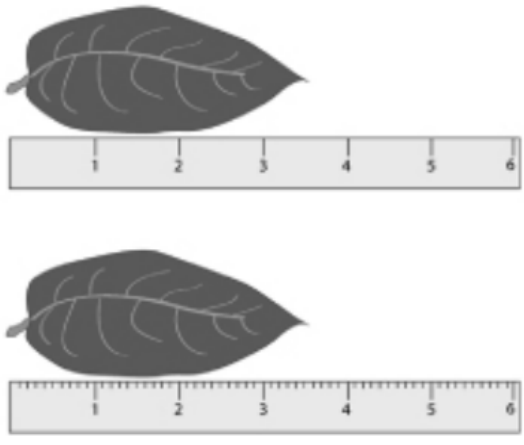
فصل اول :

آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

S.Farhadi

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

6



S.Farhadi

sbargh.ir

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

7

S.Farhadi

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

8

- در اندازه گیری ، هدف به دست آوردن مقداری برای اندازه گیری است .
- طبیعی است هرکمیتی در شرایط معینی ،فقط یک مقدار دارد که به آن مقدار واقعی آن کمیت می گویند .
- تفاوت بین مقدار به دست آمده و مقدار واقعی را خطای اندازه گیری می گویند .
- عدم قطعیت را نماد کمی کیفیت نتایج اندازه گیری نیز می گویند.

S.Farhadi

sbargh.ir

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

9

عدم قطعیت اندازه گیری اطلاعاتی راجع به کیفیت کمیت مورد اندازه‌گیری بیان می کند . درحقیقت ، عدم قطعیت شک و گمانی است که دربارهٔ نتیجهٔ هراندازه‌گیری پدید می آید . ممکن است تصور کنید ساعت، خط کش یا ترمومتری کاملا قابل اعتمادبوده و نتیجهٔ درستی از اندازه گیری ارائه می دهندولی همیشه در بسیاری از اندازه گیریها حتی‌دقیق ترین آنها جای شک و تردید وجود دارد . در زبان محاوره ای این تردید به صورت عبارت کم وزیاد بیان می شود . مثلا میگوییم این عصا تقریبا 2 متر است با 1 سانتی متر کم و زیاد .

S.Farhadi

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

10

- هرگاه بتوان در اطراف نتیجه اندازه گیری بازه ای را تعریف کرد که با احتمال معینی نتیجه اندازه گیری و مقدار واقعی اندازه ده در آن فاصله قرار داشته باشند ، می توان کیفیت نتیجه اندازه گیری را مطرح کرد .
- کیفیت نتیجه اندازه گیری با مفاهیم آماری مانند واریانس (یا انحراف استاندارد) و ... معنی پیدا می کند و کمی می شود .
- تعیین بازه به معنای تعیین عدم قطعیت نتیجه اندازه گیری است .

S.Farhadi

sbargh.ir

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

11

- عدم قطعیت اندازه گیری بازه ای از مقادیر برای نتیجه اندازه گیری ایجاد می کند که مقدار واقعی اندازه ده با احتمال معینی در آن بازه قرار دارد .

S.Farhadi

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

12

- مشخص کردن عوامل تاثیر گذار که در واقع اجزای مختلف خطا را در ایجاد بازه مورد نظر بررسی می کند از اهمیت زیادی برخوردار است .
- عدم قطعیت اندازه گیری از بخش های مختلفی تشکیل یافته است که به آن مولفه های عدم قطعیت اندازه گیری گفته می شود .

S.Farhadi

sbargh.ir

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

13

- عدم قطعیت اندازه گیری بدان علت آشکار می شود که عوامل تاثیر گذار مختلفی در ضمن اندازه گیری اثر می گذارند و نتیجه مورد نظر را از مقدار واقعی دور می سازند .
- واژه عدم قطعیت اندازه گیری به معنای شک درباره اعتبار یک اندازه گیری نمی باشد ، بلکه به معنای افزایش اطمینان در اعتبار نتایج اندازه گیری می باشد .

S.Farhadi

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

14

شناسایی مولفه های عدم قطعیت :

- ساده‌ترین راه جهت شناسایی منابع عدم قطعیت همان رابطه کمی بین اندازه‌گیری شونده و پارامترهای مربوطه می‌باشد که هرکدام از پارامترها می‌تواند به عنوان یک منبع صریح مورد بررسی قرار گیرد علاوه بر این بسیاری از پارامترها می‌باشند که به طور صریح در اندازه‌گیری کمیت مورد نظر مطرح نمی‌گردند ولی تأثیرات ضمنی آنان باید به عنوان منابع عدم قطعیت مد نظر قرار گیرد.
- دیاگرام علت و معلول (Cause and effect diagram)

S.Farhadi

sbargh.ir

1 - آشنایی با مفهوم عدم قطعیت در اندازه گیری

15

منابع خطا و عدم قطعیت

- ابزار اندازه گیری
- جسم مورد اندازه گیری
- فرآیند اندازه گیری
- عدم قطعیت های ورودی
- مهارت اپراتور
- روش نمونه گیری
- محیط

خطای انطباق انگشتان فرد در همترازی چشمی دو انگشت

S.Farhadi

16

فصل دوم :

آشنایی با علوم مربوطه

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 1 - اندازه شناسی

17

درستی اندازه گیری (Accuracy):

نزدیکی بین مقدار کمیت بدست آمده از اندازه‌گیری و مقدار واقعی کمیت اندازه‌گیری شونده را درستی *(Accuracy)* اندازه‌گیری می‌گویند.

مفهوم درستی اندازه‌گیری یک مفهوم کمی نبوده و دارای یک مقدار مشخص نمی‌باشد. یک اندازه‌گیری را "درست" می‌نامیم هنگامی که دارای خطای کوچکی باشد.

S.Farhadi

2 - 1 - اندازه شناسی

18

صحت (Trueness):

نزدیکی بین ***مقدار میانگین*** تعداد نامحدودی از مقادیر کمیتی که تحت شرایط مشخص اندازه‌گیری بدست آمده و ***مقدار واقعی*** کمیت اندازه‌گیری شونده را صحت اندازه‌گیری *(Trueness)* می‌گویند. صحت اندازه‌گیری یک کمیت نبوده و نمی‌توان آن را به‌صورت عددی توصیف نمود.

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 1 - اندازه شناسی

19

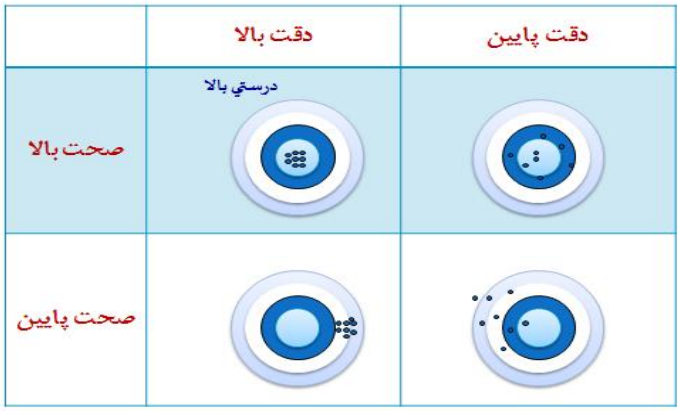
دقت اندازه گیری (Precision):

نزدیکی، ***بین مقادیر بدست آمده از اندازه‌گیری‌های مکرر یک کمیت،*** تحت شرایط مشخص، دقت اندازه‌گیری نامیده می‌شود. اندازه‌ی دقت معمولاً با استفاده از انحراف از میانگین محاسبه می‌شود.

S.Farhadi

2 - 1 - اندازه شناسی

20



S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 1 - اندازه شناسی

21

تکرار پذیری

دقت اندازه‌گیری تحت شرایط تکرارپذیری، تکرارپذیری اندازه‌گیری نامیده می‌شود. اگر اندازه‌گیری تحت شرایط تکرارپذیری انجام شود و مقادیر بدست آمده برای یک کمیت معین دارای نزدیکی قراردادی مشخصی باشند، آن اندازه‌گیری تکرار پذیر است.

S.Farhadi

2 - 1 - اندازه شناسی

22

شرایط تکرار پذیری اندازه‌گیری:

* روش‌ها و دستورالعمل‌های اندازه‌گیری
* آزمایش کننده
* سیستم اندازه‌گیری (دستگاه‌های اندازه‌گیری)
* شرایط عملیاتی (انجام آزمایش در فواصل زمانی کوتاه)
* محل انجام آزمایش (تثبیت شرایط محیطی)

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 1 - اندازه شناسی

23

تجدید پذیری

تجدیدپذیری، دقت تحت شرایط تجدیدپذیری است. انجام اندازه‌گیری تحت شرایطی که در آن مجموعه‌ای از عوامل شامل محل اندازه‌گیری، آزمایش‌کننده، استاندارد مرجع، شرایط‌محیطی، زمان و سیستم اندازه‌گیری تغییر می‌کند.

S.Farhadi

1 - 2 - اندازه شناسی

24

گرایش تفاوت بین میانگین مشاهده شده نتایج اندازه‌گیری از مقدار مرجع است.

مقدار مرجع، مقداری است که به‌عنوان مقدار توافق شده شاخص مورد اندازه‌گیری شناخته می‌شود. مقدار مرجع ممکن است با میانگین‌گیری از اندازه‌گیری‌های متمادی با استاندارد سطح بالاتری (مثلاً اندازه‌گیری دقیق) به‌دست آید.

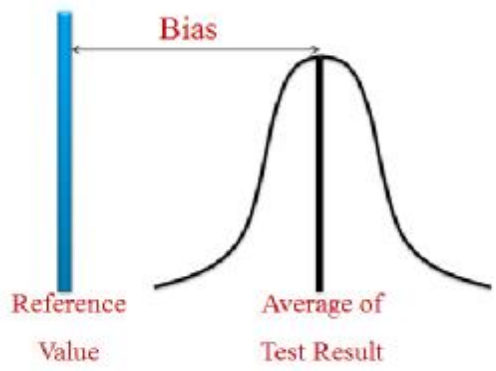
S.Farhadi

sbargh.ir

1 - 2 - اندازه شناسی

25

گرایش



S.Farhadi

2 - 1 - اندازه شناسی

26

میانگین نتایج به‌شرح ذیل محاسبه می گردد:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = 0/75$$

گرایش از رابطه‌ی :

مقدار مرجع – میانگین مقادیر مشاهده شده = گرایش

$$Bias = |0.8 - 0.75| = 0.05$$

به‌دست می آید.

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 1 - اندازه شناسی

27

$Bias \downarrow \Rightarrow$ صحت مناسب است

$RSD \downarrow \Rightarrow$ دقت مناسب است

S.Farhadi

2 - 2 - آمار

28

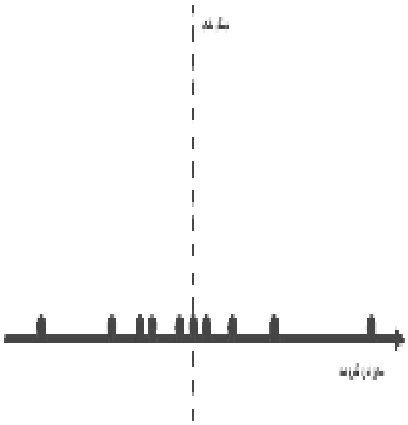
به منظور حذف و جلوگیری از ایجاد خطاهای‌بزرگ وفاحش(خطای اپراتور) عاقلانه تر است که هر اندازه گیری سه بار تکرار شود . قابل ذکر است که‌عدم قطعیت اندازه گیری واقعا از خطای اپراتور ناشی نمی شود . همچنین دلایل دیگری مبنی بر تکراراندازه گیری به تعداد دفعات مکرر وجود دارد.

S.Farhadi

sbargh.ir

آمار - 2 - 2

29



$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$$

S.Farhadi

آمار - 2 - 2

30

واریانس حدی را مشخص می کند که نتایج با یکدیگر متفاوت هستند. معیاریست برای پراکندگی . هرچه مقدار واریانس بزرگتر باشد گستردگی داده‌ها بیشتر است.

$$V(X) = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

ریشه دوم مثبت واریانس انحراف معیار استاندارد (Standard Deviation)

انحراف استاندارد نسبی :

$$RSD = \frac{S}{\bar{x}}$$

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 2 - آمار

31

فرایندهای اندازه‌گیری به‌علت وجود تغییرات، احتمالی هستند. برای اطلاع درباره‌ی فرایندهای احتمالی، لازم است تابع احتمال آنها را بشناسیم. در طبیعت، تعداد بسیار زیادی تابع توزیع احتمال شناخته شده است، ولی معمولاً شناختن تابع توزیع یک جامعه آماری، کاری دشوار است. در آمار می‌توان توابع توزیع احتمال را به توزیع نرمال تبدیل کرد. به همین دلیل تابع توزیع نرمال ازمهم‌ترین توزیع‌های آماری است.

S.Farhadi

2 - 2 - آمار

32

توزیع نرمال

ویژگی‌ها و معیارهای مجموعه داده‌هایی که دارای توزیع نرمال می‌باشند، عبارت است از:

- داده‌ها باید پیوسته باشند.
- داده‌ها باید مستقل از یکدیگر باشند. به‌عنوان مثال داده شماره 1 نباید روی داده‌ی شماره‌ی 2 تأثیر داشته باشد.
- متغیرهایی که اندازه‌گیری می‌شوند باید دارای یک مقدار مرکزی مورد انتظار باشند ولی به‌دلیل منابع نوسانات موجود هر کدام می‌توانند به‌بیشتر یا کمتر بودن نسبت به مقدار مرکزی گرایش داشته باشند.

S.Farhadi

sbargh.ir

آمار - 2 - 2

33

توزیع نرمال

مشخصات توزیع نرمال به شرح ذیل می‌باشد:

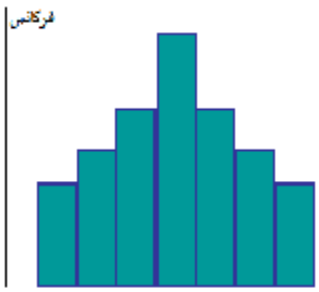
- 68.26% ازداده‌هادر فاصله ± 1 انحراف استاندارد قرار می گیرند.
- 95.45% ازداده‌هادر فاصله ± 2 انحراف استاندارد قرار می گیرند.
- 99.74% ازداده هادرفاصله ± 3 انحراف استاندارد قرار می گیرند.

S.Farhadi

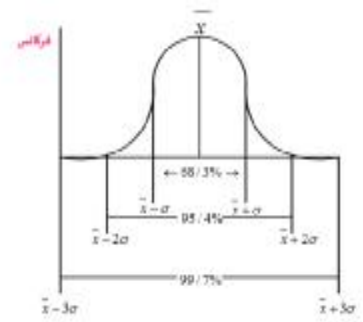
آمار - 2 - 2

34

منحنی توزیع خطاهای تصادفی



مقادیر اندازه گیری شده



نمودار توزیع نرمال

S.Farhadi

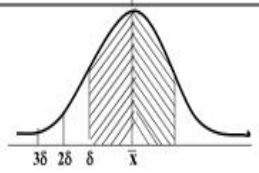
sbargh.ir

2 - 2 - آمار

35

ضرایب انحراف معیار استاندارد

ضرایب انحراف معیار استاندارد	درصد اطمینان
± 1	68.3
± 2	95.4
± 3	99.7
± 1.65	90.0
± 1.96	95.0
± 2.58	99.0



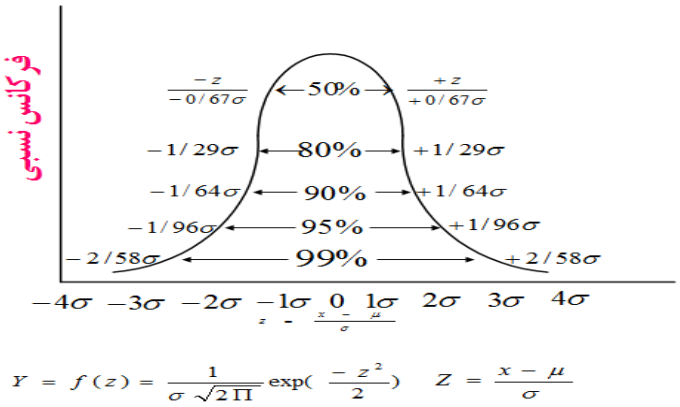
- در یک مجموعه از داده ها ، مقادیر تمایل بیشتری برای‌قرار گرفتن نزدیک میانگین (مرکز توزیع احتمال) نسبت به دمهای توزیع دارند . این حالت نمونه ای ازتوزیع نرمال یا گوسی است . ممکن است چنین توزیعی در قد یک گروه بزرگ از مردان مشاهده گردد .
- قد بیشتر مردان حول میانگین متمرکز بوده و افراد خیلی بلند یا خیلی کوتاه کمتر خواهیم داشت.

S.Farhadi

2 - 2 - آمار

36

نمودار توزیع نرمال استاندارد



$$Y = f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} \exp\left(\frac{-z^2}{2}\right) \qquad Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 2 - آمار

37

i	Xi (Ω)	Xi - X	(Xi - X)²	محاسبات
1	100.1	-0.06	0.0036	$X = \frac{1001.6}{10} = 100.16$
2	100.2	+0.04	0.0016	$S = \sqrt{\frac{0.0640}{9}} = \pm 0.084$
3	100.1	-0.06	0.0036	
4	100.3	+0.14	0.0196	
5	100.1	-0.06	0.0036	$\pm 1.96 \times 0.084 = \pm 0.165$
6	100.1	-0.06	0.0036	100.16 ± 0.165
7	100.2	+0.04	0.0016	$99.995 \longrightarrow 100.326$
8	100.1	-0.06	0.0036	
9	100.1	-0.06	0.0036	
10	100.3	+0.14	0.0196	
مجموع	1,001.6	0	0.0640	

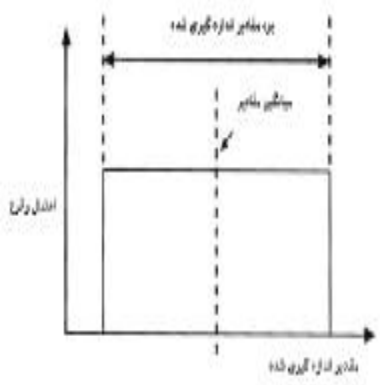
S.Farhadi

2 - 2 - آمار

38

- **توزیع یکنواخت یا مستطیلی** :

وقتی مقادیر اندازه‌گیری شده به طور کاملا یکسان و هم شانس بین کوچکترین و بزرگترین مقدار داده ها پراکنده شده باشند، توزیع یکنواخت تولید خواهد شد . به عنوان مثال چگونگی سقوط قطرات باران بر روی سیم نازک مستقیم تلفن از توزیع یکنواخت پیروی می کند .



S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 2 آمار

39

- عدم قطعیت استاندارد برای یک توزیع مستطیلی برابر است با:

$$u = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$a =$ نیم ردیف ، نصف حدود بالا و پایین

$$k = \sqrt{3}$$

اگر دلیل موجهی برای وقوع نوع دیگری از توزیع نداشته باشیم می توانیم پایه و اساس محاسبه را بر توابع مستطیلی قرار دهیم و این بدترین حالت است .

S.Farhadi

2 - 2 آمار

40

- **مثال ۲ :** تلرانس یک ولتمتر که به عنوان دستگاه استاندارد برای اندازه گیری استفاده می شود ، طبق نظر کارخانه سازنده معادل

$$\pm (0.3\% Rdg + 0.001V)$$

تعریف شده است ، عدم قطعیت استاندارد این ولت متر را در نشاندهی ۱۰ ولت محاسبه نمایید .

مولفه عدم قطعیت استاندارد دستگاه ولتمتر در ۱۰ ولت برابر خواهد بود با :

$$\pm[(0.3\% \times 10) + 0.001] = \pm 0.031V$$
$$U_S = 0.031/\sqrt{3} = 0.018V$$

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 2 - آمار

41

مثال 3 :

ماکزیمم خطای مجاز یک نیروسنج استاندارد که برای کالیبراسیون نیروسنج استفاده می شود با گستره 0~200kgf معادل 0.2% FS ± می باشد. عدم قطعیت استاندارد این مولفه در نشاندهی نیروی 50kgf چقدر می باشد؟

جواب : ماکزیمم خطای مجاز این نیروسنج در کل گستره ثابت و معادل 0.2%×200=±0.4kgf می باشد .پس:

$Us = 0.4/\sqrt{3} \sim= \pm 0.23kgf$

S.Farhadi

2 - 2 - آمار

42

اگر قدرت تفکیک (Resolution) یک دیجیتالی برابر Rx باشد ، مقدار اندازه گیری شده با احتمال مساوی می تواند در محدوده $X \pm \frac{Rx}{2}$ باشد . که دارای یک توزیع احتمال مستطیلی است . بنابراین عدم قطعیت استاندارد آن برابر است با :

$\frac{Rx}{2}$ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 2 - آمار

43

مثال ۴:

تفکیک پذیری یک کولیس معادل $0.01mm$ می‌باشد. عدم قطعیت استاندارد این مولفه در نقطه $7mm$ را محاسبه کنید.

تفکیک پذیری در کل گستره کولیس ثابت است ، عدم قطعیت استاندارد این مولفه برابر است با:

$$U_s = \frac{0.01/_2}{\sqrt{3}} = \pm 0.00289\ mm$$

S.Farhadi

2 - 2 - آمار

44

توزیع مثلثی :

هرگاه احتمال پیدا کردن یک جواب برای کمیت x بین دوحد صددرصد باشدومعلوم شود تمایلی وجود دارد که این مقادیر به مرکز توزیع (حول میانگین)نزدیک باشند انگاه ساده ترین توزیعی که میتوان درنظر گرفت ، توزیع مثلث است .

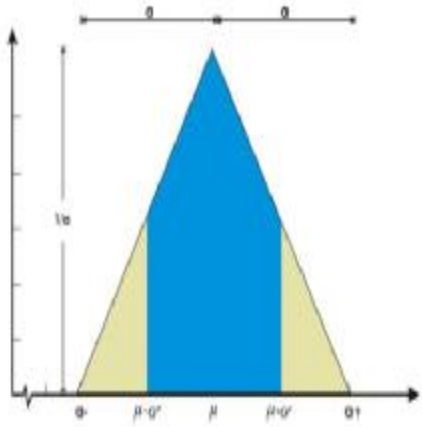
اگر ویژگی وسیله اندازه گیری به صورت تلرانس $\pm a$ بدون ذکر سطح اطمینان بیان شده ولی در عمل دلایلی وجود دارد که مقادیر بدست آمده در اطراف میانگین پخش شده باشند این وسیله دارای توزیع مثلثی است .

S.Farhadi

sbargh.ir

آمار - 2 - 2

45



- انحراف معیار استاندارد توزیع مثلثی از رابطه زیر محاسبه می گردد :

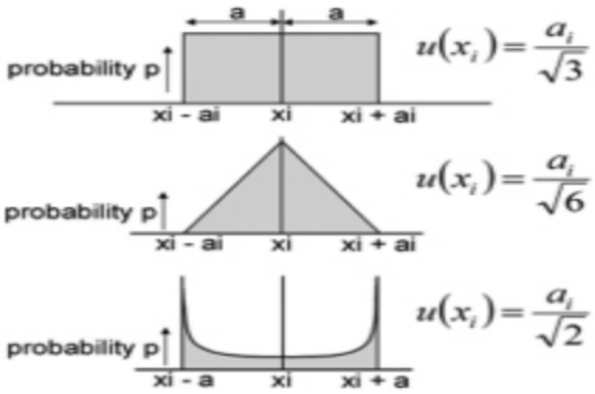
$$U_s = \pm \frac{a}{\sqrt{6}}$$

$$K = \sqrt{6}$$

S.Farhadi

آمار - 2 - 2

46



S.Farhadi

sbargh.ir

آمار - 2 - 2

47

اگر عدم قطعیت یک وسیله که از روی مشخصات کارخانه سازنده ، گواهینامه کالیبراسیون و یا کاتالوگ با ضریب همپوشانی (K) بدست آمده باشد ، در این صورت انحراف معیار استاندارد آن از فرمول زیر محاسبه می گردد .

$$U_S = \frac{U_e}{k}$$

S.Farhadi

آمار - 2 - 2

48

انحراف معیار $s = \left[\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}\right]^{1/2}$

انحراف معیار میانگین $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$

واریانس $V = S^2$

انحراف معیار نسبی $RSD = \frac{S}{X}$

درصد انحراف معیار نسبی $RSD\% = \left(\frac{S}{X}\right) \times 100$

انحراف معیار جامعه = σ (مقدار حقیقی) میانگین جامعه = μ

انحراف معیار نمونه = S میانگین نمونه = x

ضریب همبستگی = $r = s_{xy} / \sqrt{(s_x)(s_y)}$ $-1 < r < +1$

کوواریانس $s_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

S.Farhadi

sbargh.ir

2 - 3 - ریاضی

49

مبحث مشتق گیری و انتگرال گیری از علم ریاضی ،

بیشترین کاربرد را در محاسبه عدم قطعیت اندازه گیری دارد

.

S.Farhadi

50

فصل سوم:

تعریف عدم قطعیت و انواع آن

S.Farhadi

sbargh.ir

3 - تعریف عدم قطعیت و انواع آن

51

عدم قطعیت یک پارامتر مرتبط با نتایج یک اندازه‌گیری که معرف میزان پراکندگی مقادیری است که می‌تواند به طور منطقی به اندازه ده نسبت داده شود. این‌پارامتربه عنوان مثال می‌تواند انحراف استاندارد یا بازه فاصله اطمینان باشد.

بدون توجه به این که منابع عدم قطعیت از کجا ناشی شده اند دو روش کلی : عدم قطعیت نوع A وعدم قطعیت نوع B برای‌برآورد کردن آنها وجود دارد.

S.Farhadi

3 - تعریف عدم قطعیت و انواع آن

52

ارزیابی نوع A : در این حالت معمولا بر اساس اندازه گیریهای تکراری و با استفاده ازتحلیل آماری ، عدم قطعیت مربوطه برآورد می شود .(ریشه دوم واریانس عدم قطعیت استاندارد است.)

S.Farhadi

sbargh.ir

3 - تعریف عدم قطعیت و انواع آن

53

ارزیابی نوع B : این عدم قطعیت از هرگونه اطلاعات دیگری برآورد می شود . این‌اطلاعات ممکن است ازتجارب قبلی اندازه گیری، گواهینامه های کالیبراسیون، مشخصه های تولید کنندگان ، محاسبات و اطلاعات منتشرشده بدست آید.

S.Farhadi

54

فصل چهارم :

معرفی روش GUM
جهت محاسبه عدم قطعیت
و گام های اساسی آن

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - معرفی روش GUM

55

به منظور ایجاد یک اجماع بین المللی برای تخمین عدم قطعیت اندازه گیری ، سازمان جهانی استاندارد سازی (ISO) ، راهنمایی را برای بیان عدم قطعیت در اندازه گیری (GUM) منتشر نموده است . این راهنما به ضورت گسترده ای در سراسر جهان پذیرفته شده است

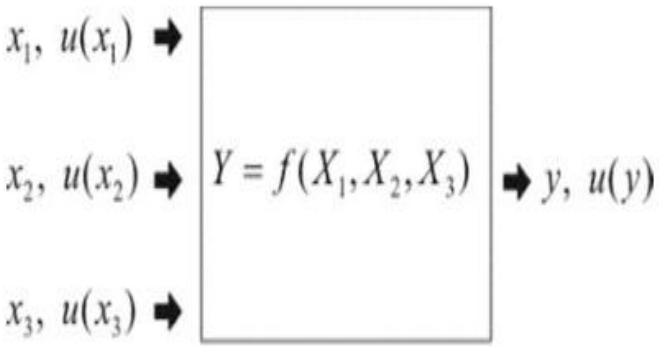
چارچوب ارائه شده در GUM، ترکیبی از عدم قطعیت استاندارد مربوط به متغیر های ورودی می باشد که با استفاده از یک تقریب خطی از معادله اندازه گیری ، یک برآورد کلی از عدم قطعیت اندازه گیری متغیر خروجی را تعیین می نماید .

این روش با فرض این که کمیت خروجی از توزیع نرمال یا tتبعیت می کند ، بنا نهاده شده است.

S.Farhadi

۴–معرفی روش GUM

56



S.Farhadi

sbargh.ir

4 - معرفی روش GUM

57

به منظور محاسبه عدم قطعیت به روش GUM ابتدا بایستی روش ، تجهیزات و کمیت مورد اندازه گیری به صورت کامل و شفاف تعیین و تعریف شوند ، سپس باید مطابق هفت گام اساسی که در ادامه ذکر خواهد شد ، عمل نمود .

S.Farhadi

4 – گام های اساسی جهت محاسبه عدم قطعیت

58

4-1 **گام اول** : تعیین مدل ریاضی سیستم اندازه گیری
4-2 **گام دوم** : تعیین بهترین تخمین کمیت های ورودی
4-3 **گام سوم** : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی
4-4 **گام چهارم** : محاسبه کواریانس کمیت های ورودی
4-5 **گام پنجم** : محاسبه ضریب حساسیت
4-6 **گام ششم** : محاسبه عدم قطعیت مرکب
4-7 **گام هفتم** : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 1 گام اول : تعیین مدل ریاضی سیستم اندازه گیری

59

مشخص نمودن اینکه چه چیزی اندازه گیری می شود، شامل ارتباط بین اندازه ده و کمیت های ورودی که اندازه ده به آن ها وابسته است.

تصمیم گیری درخصوص آنچه که می خواهید ازاندازه گیری های خودبدست آورید ودر خصوص اینکه چه اندازه گیری ها و محاسبات واقعی مورد نیاز است تا نتیجه نهایی بدست آید .

S.Farhadi

4 - 1 گام اول : تعیین مدل ریاضی سیستم اندازه گیری

60

رابطه ریاضی میان کمیت مورد اندازه گیری (اندازه ده y) و عوامل موثر برآن (کمیت های ورودی یا X_i) که کمیت مورد اندازه گیری به آن ها وابسته است ، مشخص شود :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

تابع f باید همه کمیت ها و فاکتور های تصحیح ، که می توانند جز معینی از ایجاد عدم قطعیت در نتیجه اندازه گیری باشند ، را شامل شود .

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 2 گام دوم : تعیین بهترین تخمین کمیت های ورودی

61

در این گام بهترین تخمین هریک از کمیت های ورودی معین می گردد.

در مواردی که یک سری از مشاهدات برای یک کمیت ورودی در دسترس باشد ، بهترین تخمین معادل میانگین آن سری از مشاهدات می باشد .

S.Farhadi

4 - 3 گام سوم : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی

62

در این مرحله هر یک از کمیت های ورودی به عنوان یک متغیر تصادفی فرض شده و عدم قطعیت استاندارد ، u_{X_i} ، برای هریک از آن ها محاسبه می شود .عدم قطعیت استاندارد ، معادل انحراف استاندارد میانگین برای یک متغیر تصادفی می باشد .

در صورتی که یک سری از مشاهدات از یک متغیر تصادفی در دسترس باشد ، محاسبات لازم برای تعیین عدم قطعیت اندازه گیری مطابق رابطه زیر است :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad u_{X_i} = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n}(X_i - \bar{X})}{n(n-1)}}$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 3 گام سوم : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی

63

- در صورتی که تخمین عدم قطعیت از نتایج و اطلاعات قبلی ناشی شده باشد، بایستی آن را برحسب انحراف استاندارد بیان نماییم . به عنوان مثال اگر عدم قطعیتی به صورت یک بازه با فاصله اطمینان $(\pm a \ at \ p\%)$ بیان شده باشد ، با تقسیم بر عدد نرمال استاندارد (Z) برای درصد اطمینان مربوطه ، آن را به انحراف استاندارد تبدیل نموده و مقدار آن را برآوردی جهت عدم قطعیت استاندارد قرار می دهند .

$$S.u = \frac{a}{z}$$

a: بازه فاصله اطمینان

z: عدد نرمال استاندارد

S.Farhadi

4 - 3 گام سوم : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی

64

- **مثال ۵ :**

عدم قطعیت استاندارد در یک ترازو $\pm 0.2mg$ با سطح اطمینان 95% برابر است با :

$$S.u = \frac{0.2}{1.96} \cong 0.1 \ mg$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 3 گام سوم : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی

65

مثال 6 :

عدم قطعیت استاندارد در اندازه‌گیری با یک استوانه مدرج به حجم 10ml با انحراف استاندارد $10 \pm 0.2ml$ برابر است با:

$$S.U = \frac{0.2}{\sqrt{3}} \cong 0.12\,ml$$

(در اندازه‌گیری با استوانه مربوطه بیشتر نتایج نزدیک به نتایج فرین می‌باشند.)

S.Farhadi

4 - 3 گام سوم : تعیین عدم قطعیت استاندارد کمیت های ورودی

66

مثال 7 :

در اندازه‌گیری با یک استوانه مدرج با حجم $10 \pm 2ml$ و تجربه حاصله از اینکه نتایج فرین به ندرت مشاهده می‌شوند یعنی توزیع نتایج از توزیع مثلثی پیروی می‌نماید، میزان عدم قطعیت استاندارد از طریق زیر محاسبه می‌گردد.

$$S.U = \frac{0.2}{\sqrt{6}} \cong 0.08\,ml$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 4 گام چهارم : محاسبه کواریانس کمیت های ورودی

67

در صورتی که کمیت های ورودی مستقل نباشند ، باید کواریانس مربوط به کمیت های ورودی که مستقل نیستند ، محاسبه شود .

از آن جا که معمولا متغیرهای ورودی مستقل بوده و همچنین در صورت عدم استقلال تاثیر آنها بر روی یکدیگر و در نتیجه مقدار محاسبه شده برای کواریانس کوچک می باشد ، جهت تخمین عدم قطعیت کل می توان از انجام محاسبات مربوط به این مرحله در اکثر موارد صرفنظر کرد و فرض استقلال کمیت های ورودی را پذیرفت .

S.Farhadi

4 - 4 گام چهارم : محاسبه کواریانس کمیت های ورودی

68

کواریانس همبستگی دو متغیر تصادفی ، معیاری از وابستگی متقابل آن دو متغیر است .

$$Cov(x,y) = S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

N برابر است با شمارش جفت ملاحظات

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 4 گام چهارم : محاسبه کواریانس کمیت های ورودی

69

- ضریب همبستگی : نسبت کواریانس مشخصه دو متغیر به حاصل ضرب انحراف معیار استاندارد هریک از آن ها

$$r_{xy} = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{\sum_{i-1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}$$

همبستگی رابطه میان دو یا چند متغیر تصادفی در توزیعی از دو و یا چند متغیر تصادفی

اگر $r = 0$ دو پارامتر دارای کواریانس و اگر $r = +1$ باشد ، دو پارامتر بدون کواریانس خواهد بود .

S.Farhadi

4 - 5 گام پنجم : محاسبه ضریب حساسیت

70

- ضریب حساسیت C_i هر یک از کمیت های ورودی را مطابق رابطه زیر محاسبه نمایید :

$$C_i = \frac{\partial f(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_i}$$

برای اندازه گیری میزان تاثیر و یا سهم هریک از کمیت ها در عدم قطعیت کل باید تاثیر ضریب حساسیت مطابق رابطه زیر بر عدم قطعیت استاندارد کمیت ورودی اعمال گردد .

$$u_{Y_i} = C_i \times u_{X_i}$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 5 گام پنجم : محاسبه ضریب حساسیت

71

ضرایب حساسیت نشان می دهند که نتیجه اندازه گیری y بر حسب تغییرات مقادیر X_i (کمیت های ورودی) چگونه تغییر می کند . به عبارت دیگر تبدیل یکای اندازه گیری بر اساس $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ تعیین می شود.

S.Farhadi

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

72

در صورتی که در یک روش آزمایش پارامترهای مختلفی نظیر p و q و r و .. می بایستی اندازه‌گیری شوند تا نهایتاً نتیجه آزمایش y از حاصل ضرب و تقسیم و جمع و تفریق بین پارامترهای p و q و r و .. حاصل شود.

در آن صورت ابتدا می‌بایستی عدم قطعیت استاندارد هر پارامتر .. و U(r) و U(q) و U(p) به طور مستقل اندازه‌گیری شود و با توجه به رابطه بین پارامترها، عدم قطعیت استاندارد ترکیبی Uc(y) محاسبه گردد.

S.Farhadi

sbargh.ir

گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب 6 - 4

73

بعد از محاسبه u_{yi} ، عدم قطعیت مرکب استاندارد $u_c(y)$ به صورت زیر محاسبه می گردد :

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial X_i}u(X_i)\right)^2} = \sqrt{\sum\left(u_{yi}\right)^2}$$

S.Farhadi

گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب 6 - 4

74

عدم قطعیت ترکیبی برای جمع و تفریق کمیتهای ورودی ساده‌ترین حالت است اگر عدم قطعیت استاندارد مولفه ها برابر با : a,b,c,…

باشد در آن صورت عدم قطعیت ترکیبی با جذر مجموع مربعات عدم قطعیت استاندارد برابر خواهد شد. یعنی خواهیم داشت :

$$u_c = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + \ldots}$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

75

مثال 8 : اگر یک مدار الکتریکی دارای سه شاخه موازی بوده و عدم قطعیت استاندارد هر یک از شاخه ها 0.01 و 0.02و 0.02 باشد عدم قطعیت کل را محاسبه کنید

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow \frac{\partial I}{\partial I_1} = \frac{\partial I}{\partial I_2} = \frac{\partial I}{\partial I_3} = 1$$

$$\Rightarrow c_1 = c_2 = c_3 = 1$$

$$\Rightarrow u_{c(I)} = \sqrt{u_{I_1}^2 + u_{I_2}^2 + u_{I_3}^2} = \sqrt{0.01^2 + 0.02^2 + 0.02^2} = 0.03$$

(سطح اطمینان ۹۵٪) داریم:

$$U_E = 2U_c = 2 \times 0.03 = \pm 0.06$$

S.Farhadi

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

76

- در حالت پیچیده تربرای محاسبه عدم قطعیت ترکیبی برای حاصلضرب یا تقسیم کمیتهای ورودی به کارگیری عدم قطعیت نسبی است تا محاسبات به سادگی انجام گیرد.

به عنوان نمونه فرض کنید که می‌خواهید عدم قطعیت مربوط به سطح مقطع نمونه دمبل فرم را بیابید . اگر t ضخامت و wپهنای نمونه باشد خواهیم داشت: $A = t * w$

در این حالت عدم قطعیت نسبی سطح مقطع نمونه برابر خواهد بود با :

$$\left(\frac{u_c(A)}{A}\right)$$

S.Farhadi

sbargh.ir

6 - 4 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

77

عدم قطعیت نسبی ضخامت و پهنای نمونه برابر خواهد بود با :

$$\frac{u(w)}{w} \quad , \quad \frac{u(t)}{t}$$

و در نهایت عدم قطعیت نسبی سطح مقطع نمونه از رابطه زیر محاسبه خواهد شد :

$$\frac{u_c(A)}{A} = \sqrt{\left[\left[\frac{u(t)}{t}\right]^2 + \left[\frac{u(w)}{w}\right]^2\right]}$$

S.Farhadi

6 - 4 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

78

بنابراین اگر نتیجه آزمون از رابطه ریاضی به دست آید که عوامل ضرب یا تقسیم می شوند ، می توان عدم قطعیت مرکب استاندارد نسبی را به کار برد .

عدم قطعیت نسبی ار رابطه زیر به دست می آید :

$$\frac{u_c{}^2(y)}{y} = \sum_{i=1}^{n} \frac{u(X_i)}{X_i}$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

79

مثال ۹ : مطلوبست تعیین فرمول عدم قطعیت ترکیبی مقاومت الکتریکی یک مدار . طبق‌قانون اهم داریم : $R = \frac{V}{I}$ بنابراین خواهیم داشت :

$$c_1 = \frac{\partial R}{\partial V} = \frac{1}{I} \;\&\; c_2 = \frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{V}{I^2} \quad , u_{c(R)} = \sqrt{c_1^2 u_V^2 + c_2^2 u_I^2}$$

$$\Rightarrow u_{c(R)} = \sqrt{\frac{u_V^2}{I^2} + \frac{u_I^2 \times V^2}{I^4}} \Rightarrow u_{c(R)} = \frac{V}{I} \times \sqrt{\left(\frac{u_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{u_I}{I}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{u_{c(R)}}{R} = \sqrt{\left(\frac{u_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{u_I}{I}\right)^2}$$

S.Farhadi

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

80

اگر متغیرها مستقل از هم نبوده و دارای همبستگی باشند در اینصورت عدم قطعیت ترکیبی برابر خواهد بود با:

$$U_C^2(u) = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right|^2 Us^2(X_i) + 2\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} U(X_i, X_j)$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 4 - 2 محاسبه عدم قطعیت استاندارد مرکب

81

ردیف	رابطه به کار رفته جهت محاسبه	مقدار عدم قطعیت استاندارد ترکیبی
۱	$y = K_1 + K_2 p + K_3 q + K_4 r$	$U_c(y) = \sqrt{(K_2 U(p))^2 + (K_3 U(q))^2 + \dots}$
۲	$y = p + q - r$	$U_c(y) = \sqrt{(U(p))^2 + (U(q))^2 + (U(r))^2}$
۳	$y = K \cdot p \cdot q \cdot r$ or $y = K \cdot p \cdot q / r$	$U_c(y) = y\sqrt{\left(\frac{U(p)}{p}\right)^2 + \left(\frac{U(q)}{q}\right)^2 + \left(\frac{U(r)}{r}\right)^2}$
۴	$y = K \cdot \log p$	$U_c(y) = \frac{U(p)}{p}$

S.Farhadi

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

82

مثال10:

در صورتی که نتیجه یک آزمایش وابسته به اندازه‌گیری 3 کمیت p و q و r باشد و رابطه نتیجه آزمایش با پارامترهای مربوطه به صورت زیر باشد با توجه به عدم قطعیت‌های استاندارد داده شده، عدم قطعیت ترکیبی را محاسبه نمایید.

$$p=5.02 \quad q=6.45 \quad r=9.04 \qquad y = p - q + r$$

$$U(p) = 0.13 \quad U(q) = 0.05 \quad U(r) = 0.22$$

S.Farhadi

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

83

$$p=5.02 \quad q=6.45 \quad r=9.04$$

$$U(p) \quad 0.13 \quad U(q) \quad 0.05 \quad U(r) \quad 0.22$$

$$y-p-q+r-5.02-6.45+9.04-7.61$$

$$Uc(y) \quad \sqrt{(0.13)^2+(0.05)^2+(0.22)^2} \quad 0.26$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

84

مثال 11:

در صورتی که نتیجه یک آزمایش y وابسته به اندازه‌گیری 4کمیت o و p و q و r باشد و رابطه نتیجه آزمایش با پارامترهای مربوطه به صورت زیر تعریف شده باشد، با توجه به عدم قطعیت‌های استاندارد داده شده، عدم قطعیت ترکیبی را محاسبه نمایید.

$$y = \frac{op}{qr}$$

$$U(O)=0.02 \quad U(p)=0.13 \quad U(q)=0.11 \quad U(r)=0.07$$

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 6 گام ششم : محاسبه عدم قطعیت مرکب

85

$$y = \frac{op}{qr} = \frac{2.46 \times 4.32}{6.38 \times 2.99} = 0.56$$

$$Uc(y) = 0.56 \times \sqrt{\left(\frac{0.02}{2.46}\right)^2 + \left(\frac{0.13}{4.32}\right)^2 + \left(\frac{0.11}{6.38}\right)^2 + \left(\frac{0.07}{2.99}\right)^2}$$

$$Uc(y) = 0.56 \times 0.043 = 0.024$$

S.Farhadi

4 - 7 گام هفتم : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

86

جهت گزارش عدم قطعیت اندازه گیری ، به صورت بسط یافته محاسبه می گردد ، که این کار به منظور فراهم ساختن یک فاصله $Y \pm U$ انجام می پذیرد .

این فاصله ، این اطمینان را فراهم می آورد که نتیجه اندازه گیری با یک احتمال مشخصی در این فاصله قرار دارد .عدم قطعیت بسط یافته ، با ضرب عدم قطعیت استاندارد مرکب در یک فاکتور پوششی مطابق رابطه زیر حاصل می شود :

$$U = K \times u_c(y)$$

K برپایه سطح اطمینان مورد نیاز برای فاصله انتخاب می شود .

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 7 گام هفتم : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

87

آخرین مرحله در محاسبه عدم قطعیت ترکیبی، ضرب آن در یک فاکتور پوششی جهت محاسبه عدم قطعیت گسترده می‌باشد تا بتوانیم فاصله‌ایی را تعیین نماییم که جزء بزرگی از توزیع مقادیر از اندازه‌گیری شونده را که به طور منطقی انتظار داریم، شامل گردد. مواردی را که در انتخاب فاکتور مربوطه که به k نمایش می‌دهند موثر هستند ، عبارت است از:

- سطح اطمینان مورد نظر
- اطلاعاتی در ارتباط با تابع توزیع
- اطلاعاتی در ارتباط با تعداد مقادیر که جهت تخمین اثرات تصادفی مورد نیاز می‌باشد.

S.Farhadi

4 - 7 گام هفتم : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

88

در اکثر موارد فاکتور k را برابر 2 می‌گیرند با این وجود مقدار k ممکن است به اندازه کافی بزرگ نباشد تا بتواند مشاهدات آماری با مقادیر کم درجه آزادی (کمتر از 6) را منظور نماید.

هنگامی که عدم قطعیت ترکیبی بر مبنای کمتر از 6 درجه آزادی محاسبه گردد توصیه می‌گردد که مقدار k از جدول ذیل با سطح اطمینان 95% انتخاب گردد.

S.Farhadi

sbargh.ir

4 - 7 گام هفتم : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

89

Student's t for 95% confidence	
Degree of freedom $\phi = n - 1$	t
1	12.7
2	4.3
3	3.2
4	2.8
5	2.6
6	2.5
>6	2

S.Farhadi

4 - 7 گام هفتم : محاسبه عدم قطعیت بسط یافته

90

مقادیر دیگر همپوشانی در توزیع نرمال عبارتند از :

در سطح اطمینان تقریبی 68 % ، K= 1

در سطح اطمینان 95 % ، K= 2

در سطح اطمینان 99 / 7 % ، K= 3

S.Farhadi

sbargh.ir

91

فصل پنجم :

نحوه گزارش
میزان عدم قطعیت
و محدوده پذیرش

S.Farhadi

5 - نحوه گزارش میزان عدم قطعیت ومحدوده پذیرش

92

چون تردید در هر اندازه گیری وجود دارد لذاپاسخ به سوا لات زیر ضروری به نظرمیرسد :

میزان شک و تردید در اندازه گیری چقدر است ؟

این شک تا چه اندازه نادرست و بی اعتباراست؟

S.Farhadi

sbargh.ir

5 - نحوه گزارش میزان عدم قطعیت ومحدوده پذیرش

93

بنابراین برای تعیین عدم قطعیت اندازه‌گیری به دو عدد یکی فاصله و دیگری سطح اطمینان (یعنی‌میزان اطمینانی که مقدار واقعی اندازه گیری درداخل فاصله قرار می گیرد) نیازمندیم .

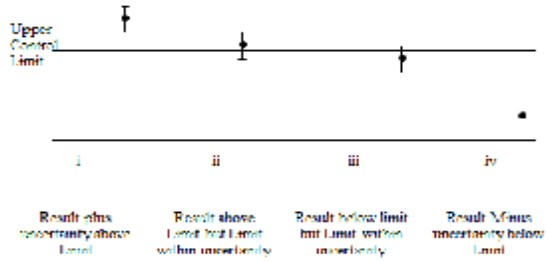
به عنوان مثال ممکن است بگوییم که طول چوبی در سطح اطمینان 95 % برابر 20 سانتی متر1 ± می باشد. این نتیجه را می‌توان به صورت مقابل نوشت: در سطح اطمینان 95 % ، . 20cm ± 1cm این عبارت بدین معنی است که با اطمینان 95 % طول چوب بین 19 و 21 سانتی متر خواهد بود .

S.Farhadi

5 - نحوه گزارش میزان عدم قطعیت ومحدوده پذیرش

94

دراکثرمواقع نتایج آزمایشات براساس محدوده‌های پذیرش مقایسه می‌گردند.
حال با توجه به میزان عدم قطعیت در نتیجه یک آزمایش و محدوده تعریف شده چهار حالت با توجه به شکل زیر اتفاق می‌افتد.



S.Farhadi

sbargh.ir

5 - نحوه گزارش میزان عدم قطعیت ومحدوده پذیرش

95

در برخی از منابع آمده است که عدد بدست آمده برای عدم قطعیت ؛ اگر 3 تا 7 برابر دقت ابزار $(Resolution)$ ، دقت بیشتری داشته باشد می‌توان آزمایش عدم قطعیت این ابزار را پذیرفت و در حد قابل قبول دانست در غیر اینصورت باید نمونه‌های جایگزین و تکرار آزمایش را انجام داد ، . و گرنه باید عارضه یابی و اقدامات اصلاحی اجرا نمود.

S.Farhadi

96

فصل ششم:

فرم محاسبه عدم قطعیت

و چند فعالیت گروهی

S.Farhadi

sbargh.ir

6 - ارائه فرم محاسبه عدم قطعیت

97

انجام مطالعات تکرارپذیری در آزمایشگاه:

S.Farhadi

6 - ارائه فرم محاسبه عدم قطعیت

98

کمیت ها	مقدار	عدم قطعیت استاندارد	توزیع	ضریب حساسیت	سهم عدم قطعیت کمیت ورودی در عدم قطعیت کل	مقدار	درصد عدم قطعیت کمیت ورودی در عدم

S.Farhadi

6 - فعالیت گروهی

99

مثال 12 : محاسبه عدم قطعیت در آزمون اندازه گیری قطر یک مفتول مسی با میکرومتر دیجیتال

مثال 13 : محاسبه عدم قطعیت در آزمون میانگین ضخامت با میکروسکوپ دیجیتال

مثال 14 : محاسبه عدم قطعیت در آزمون کششی نمونه دمبل فرم 75

S.Farhadi

راه حل و نتیجه این مثال ها در پیوست می باشد

sbargh.ir